

РОССИЙСКО-АРМЯНСКИЙ (СЛАВЯНСКИЙ) УНИВЕРСИТЕТ

ВОСЬМАЯ
ГОДИЧНАЯ НАУЧНАЯ
КОНФЕРЕНЦИЯ

Сборник научных статей

ЕРЕВАН
2014

ՌՈՒՍԱՍՏԱՆԻ ԴԱՇՆՈՒԹՅԱՆ ԿՐԹՈՒԹՅԱՆ ԵՎ
ԳԻՏՈՒԹՅԱՆ ՆԱԽԱՐԱՐՈՒԹՅՈՒՆ

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՀԱՆՐԱՊԵՏՈՒԹՅԱՆ
ԿՐԹՈՒԹՅԱՆ ԵՎ ԳԻՏՈՒԹՅԱՆ ՆԱԽԱՐԱՐՈՒԹՅՈՒՆ

ՀԱՅ-ՌՈՒՍԱԿԱՆ (ՍԼԱՎՈՆԱԿԱՆ) ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ

ՈՒԹԵՐՈՐԴ ՏԱՐԵԿԱՆ ԳԻՏԱԺՈՂՈՎ

2–6 դեկտեմբերի 2013 թ.

Գիտական հոդվածների ժողովածու

ԵՐԵՎԱՆ
2014

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РЕСПУБЛИКИ АРМЕНИЯ**

РОССИЙСКО-АРМЯНСКИЙ (СЛАВЯНСКИЙ) УНИВЕРСИТЕТ

ВОСЬМАЯ ГОДИЧНАЯ НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ

2–6 декабря 2013 г.

Сборник научных статей

**ЕРЕВАН
2014**

УДК 50:06
ББК 2
В 285

*Печатается по решению
Ученого и Редакционно-издательского советов РАУ*

Редакционная коллегия:

А.Р. Дарбинян (председатель), П.С. Аветисян (заместитель председателя), Э.М. Казарян, Г.Р. Вардапетян, В.С. Егиазарян, Г.Г. Казарян, Г.А. Карапетян, С.Г. Петросян, В.И. Таирян, Д.Г. Асатрян, Г.Г. Данагулян, А.А. Саркисян, А.П. Енгоян, В.А. Геворкян, В.Г. Аветисян.

В 285 Восьмая Годичная научная конференция (2–6 декабря 2013г.):
Сборник научных статей: Физико-математические и
естественные науки. – Ер.: Изд-во РАУ, 2013. – 149 с.

Сборник печатается по материалам 8-ой Годичной научной конференции, проведенной в Российско-Армянском (Славянском) университете. Статьи публикуются в алфавитном порядке.

Публикация сборника осуществлена также в соответствии с требованиями ВАК РА к сборникам научных трудов.

УДК 50:06
ББК 2

ISBN 978-9939-67-81-2
© Издательство РАУ, 2013

О РАДИАЛЬНЫХ ПРЕДЕЛЬНЫХ МНОЖЕСТВАХ ГАРМОНИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

С.Л. Берберян

АННОТАЦИЯ

В работе рассматриваются предельные множества гармонических функций вдоль радиусов и хорд вне исключительных множеств, характеристика которых дается посредством топологических понятий. Подобные исследования ранее проводились для мероморфных и голоморфных функций.

Ключевые слова: гармонические функции, предельные множества, остаточное множество.

В настоящей работе будем придерживаться общепринятых определений и обозначений. Обозначим через D , Γ и $h(\square, \square)$, соответственно, единичный круг $|z| < 1$, единичную окружность $|z| = 1$ и хорду единичного круга D , оканчивающуюся в точке $\xi = e^{i\theta} \in \Gamma$ и образующую с радиусом в этой точке угол φ ; $-\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$. Пусть $\Delta(\xi, \varphi_1, \varphi_2)$ обозначает подобласть круга D , ограниченную хордами $h(\xi, \varphi_1)$ и $h(\xi, \varphi_2)$. Область $\Delta(\xi, \varphi_1, \varphi_2)$ называют обычно «углом Штольца» с вершиной в точке $\xi = e^{i\theta} \in \Gamma$, и если нас не интересует размер «угла Штольца», мы будем обозначать его кратко $\Delta(\xi)$. Множество E на Γ называется множеством 1 категории, если оно является объединением счетного семейства нигде не плотных множеств. Множество, не являющееся множеством 1-ой категории, называется множеством 2-ой категории. Множество E на Γ называется остаточным множеством, если его дополнение на Γ является множеством 1-ой категории. Множество E на Γ называется метрически плотным на дуге U , если пересечение E с каждой дугой, содержащейся в U , имеет положительную линейную меру. Справедлива следующая теорема.

Теорема 1. Пусть $f(z)$ – произвольная гармоническая функция, определенная в D , и выполняется одно из условий:

1. $f(z)$ не имеет предела ни по одному из радиусов, проведенных в точке некоторого метрически плотного на дуге U множества M ;

2. $f(z)$ отлична от тождественной постоянной в D , и предельные множества $C(f, \xi, h(\xi, 0))$ в каждой точке $\xi = e^{i\theta}$ некоторого метрически плотного на дуге U множества M содержат значение $-\infty$ или $+\infty$;

3. Метрически плотное на дуге U множество M является дополнением множества точек Фату функции $f(z)$.

Тогда существует такое остаточное множество $S \subset U$, в каждой точке $\xi = e^{i\theta} \in S$ которого предельное множество $C(f, \xi, h(\xi, 0))$ совпадает с $\overline{R}$.

Замечание 1. Отметим, что утверждение теоремы 1 для мероморфных функций, определенных в D , рассматривалось Багемилом и Зейделем (см. [1]). Только в условии 2) предполагалось, что предельные множества $C(f, \xi, h(\xi, 0))$ в каждой точке некоторого метрически плотного на дуге U множества M содержат α , где α – любое комплексное число.

Доказательство теоремы 1 основано на общей теореме А. Утверждение теоремы А непосредственно следует из теоремы о максимальности для непрерывных функций (см. [2]), принадлежащей Коллингвуду.

Теорема 2. Пусть $f(z)$ – произвольная гармоническая функция, определенная в D и E – область её значений в R . Предположим, что в каждой точке некоторой дуги U предельное множество $C(f, \xi, D)$ совпадает с $\overline{E}$. Тогда существует такое остаточное множество $S \subset U$, что в каждой точке $\xi = e^{i\theta} \in S$ предельное множество $C(f, \xi, h(\xi, 0))$ совпадает с $\overline{E}$.

Доказательство теоремы 1. Согласно утверждению теоремы А, достаточно показать, что в каждой точке $\xi = e^{i\theta} \in U$ множество $C(f, \xi, D)$ совпадает с $\overline{R}$. Во всех трех случаях допустим противное, т.е. существует такая точка $\xi \in U$, что $C(f, \xi, D) \neq \overline{R}$. Так как D – связное множество и $f(z)$ – непрерывная в D функция, то предельное множество $C(f, \xi, D)$ – связное замкнутое множество. Следовательно, существует такая окрестность $U(\xi)$ точки ξ , в которой значения $f(z)$ либо ограничены сверху, либо – снизу. Во втором случае, без нарушения общности, рассмотрим значения гармонической функции – $f(z)$. Тогда аналитическая функция $F(z) = \exp\{f(z) + iv(z)\}$ (или $F(z) = \exp\{-f(z) + iv(z)\}$) ограниченная аналитическая функция, и, следовательно, в силу теоремы Фату, имеет, почти всюду на $M \cap U(\xi)$, угловые граничные значения. Но это утверждение противоречит условию 1) При наличии условия 2) будем иметь, что аналитическая функция $F(z)$, почти всюду на $M \cap U(\xi)$, имеет угловые граничные значения, равные 0 или ∞ . В силу граничной теоремы единственности для аналитических функций $F(z) \equiv 0$ (или $F(z) \equiv \infty$), что противоречит условию 2) В третьем случае, так как $mes(M \cap U(\xi)) > 0$, то утверждение о существовании угловых граничных значений у функции $f(z)$ почти всюду на $M \cap U(\xi)$, противоречит условию 3). Таким образом, во всех трех случаях в произвольной точке $\xi \in U$ $C(f, \xi, D) = \overline{R}$. Согласно теореме А, отсюда следует утверждение теоремы 1.

Следствие. Пусть $f(z)$ – произвольная гармоническая функция, определен-

ная в D и выполняется одно из условий теоремы 1. Тогда существует такое остаточное множество $S_1 \subset U$, каждая точка которого является точкой Плеснера.

Доказательство следствия. Действительно, из известной теоремы Мейера (см. [1] или [2]) следует, что справедливо разложение $\Gamma = M(f) \cup I(f) \cup E$, где E – множество 1 категории. Принимая во внимание утверждение теоремы 1, получим, что в каждой точке $\xi \in S$, кроме, быть может, некоторого множества I -ой категории, предельное множество $C(f, \xi, h(\xi, 0))$ совпадает с $\overline{R}$. Следовательно, каждая точка $\xi \in S \setminus E_1$ является точкой Плеснера. Обозначим через $E_2 = U \setminus S$. Так как множество S – остаточное множество, то множество E_2 I -ой категории. Поэтому и множество $E_3 = E_2 \cup E_3$ 1-ой категории. Рассматривая в качестве $S_1 = S \setminus E_3$, получаем утверждение следствия.

Замечание 2. Анализируя предыдущие рассуждения, можно сделать вывод, что если в условиях теорем 1 и А рассматривать вместо радиусов хорды $h(\xi, \varphi)$ при любом фиксированном φ ; $-\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$, то утверждения теоремы 1 и ее следствия остаются в силе для этих хорд.

ЛИТЕРАТУРА

1. Носиро К., Предельные множества // М.: изд-во иностр. литер. С. 253, 1963.
2. Коллингвуд Э. и Ловатер А., Теория предельных множеств // М.: изд-во «Мир». С. 306, 1971.
3. Ловатер А., Граничное поведение аналитических функций // В сборн. «Итоги науки и техники». Математический анализ, т. 10. СС. 99–260, 1973.
4. Привалов И.И., Граничные свойства аналитических функций // М.Л., ГИТТЛ. С. 336, 1950.

ABOUT HARMONIC FUNCTIONS RADIAL LIMIT SETS

SUMMARY

This paper discusses limit sets of harmonic functions along the radiuses and chords out of exceptional sets, characteristics of which are given with the help of I and II categories concepts. Similar studies have already been conducted for meromorphic functions. This paper discusses limit sets of harmonic functions along the radiuses and chords out of exceptional sets, characteristics of which are given with the help of I and II categories concepts. Similar studies have already been conducted for meromorphic functions.

ՀԱՐՄՈՆԻԿ ԳՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐԻ ՃԱՌԱԳԱՅԹԱՅԻՆ ՍԱՀՄԱՆՎԱԾ ՍԱՀՄԱՆՈՒՄՆԵՐԻ ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ

ԱՍՓՈՓՈՒՄ

Աշխատանքում ուսումնասիրվում են լարերով և շառավիղներով հարմոնիկ ֆունկցիաների սահմանային բազմությունները այն բացառիկ բազմություններից դուրս, որոնց բնութագիրը տրվում է տոպոլոգիական հասկացությունների միջոցով: Նման հետազոտություններ նախորդում կատարված էր մերոմորֆ և հոլոմորֆ ֆունկցիաների համար:

НЕЧЕТКИЕ СВОЙСТВА ОТНОШЕНИЙ

В.Г. Ваградян

Аннотация

Общеизвестны и хорошо разработаны свойства (рефлексивности, симметричности, транзитивности и др.) отношений, определенных как подмножества Декартова произведения обычных множеств. В свете обобщения обычных множеств донечетких обычные множества, отношения и их свойства принято называть четкими.

В настоящее время определены и активно исследуются четкие свойства четких и нечетких отношений. Последние определяются как нечеткие подмножества Декартова произведения четких множеств. В данной работе нами предпринята попытка ввести в рассмотрение понятие нечетких свойств отношений и строго математически определить их для четких и нечетких отношений.

1	0	0	...	1
0	0	1	...	1
1	1	1	...	1
...	...	...	...	...
1	0	1	...	1

Таблица 1.

Необходимость рассмотрения *нечетких свойств* отношений возникает в задачах искусственного интеллекта, лингвистики, психологии, психиатрии и т.д. То есть, когда моделируются «живое» – человеческое, субъективное восприятие и осмысление окружающего мира.

Пример 1. Свойства отношения «*знать человека*» зависят от множества, на котором оно определено. Если оно определено на множестве психически здоровых людей, то, очевидно, оно должно быть рефлексивным. Но если оно определено на множестве всех людей, то,

Поливать	1	0	1	...	1
	0	1	1	...	1
Орошать	0	1	1	...	1
	...	...	...	...	...
	1	0	1	...	1

Таблица 2.

скорее всего, возникнет ситуация, представленная *Таблицей 1*, поскольку при тяжелых стадиях, например, болезни Альцгеймера, человек перестает узнавать себя в зеркало. И тогда оно – отношение «*знать человека*», строго говоря, должно быть признано иррефлексивным. Однако это отношение, чисто человечески, воспринимается нами как *почти рефлексивное* отношение.

Пример 2. Четкое отношение «*быть синонимом*», определенное на множестве слов естественного языка, с точки зрения четкого подхода, должно быть признано несимметричным. Действительно, как следует из ситуации, представленной *Таблицей 2*, слово «поливать» является в полном смысле синонимом слова «орошать», поскольку в абсолютном большинстве случаев использования по-

следнего его можно без какого-либо искажения смысла заменить словом «поливать». Обратное, во многих случаях, не верно. Например, слово «поливают» в предложении «В Армении в день Вардава люди *поливают* друг друга водой» нельзя заменить словом «орошают» без существенного искажения смысла. Однако синонимичность, чисто человечески, воспринимается как нечто, более или менее, симметричное. Поэтому (в вопросах, например, определения смысла текста) мы можем его признать *почти симметричным*, в особенности, если применить нечеткие отношения.

Нечеткие свойства четких отношений

Нечеткая рефлексивность

Если рассматривать нечеткую рефлексивность как некоторую меру рефлексивности (что тоже самое – меру иррефлексивности), которая при максимальном значении – равном единице, указывает на четкую рефлексивность отношения, а при минимальном – равном нулю – на антирефлексивность, то можно дать следующее определение.

Определение: Любое четкое отношение R , определенное на множестве A , с уверенностью $\mu_{ref}(R)$ назовем нечетко рефлексивным.

При этом, $R \in \rho(A \times A)$, где ρ – это множество всех четких подмножеств $A \times A$

$$\mu_{ref}(R) = \frac{\sum_{x \in A} \chi_R(x, x)}{|A|},$$

где $x \in A$, $\chi_R(x, x) \in \{0, 1\}$

Нечеткая симметричность

Если рассматривать свойство симметричности как некоторую меру симметричности (что тоже самое – меру антисимметричности), которая при максимальном значении равном, единице, указывает на четкую симметричность отношения, а при минимальном, равном нулю – на асимметричность, то можно дать следующее определение.

Определение: Любое четкое отношение R , определенное на множестве A с уверенностью $\mu_{sim}(R)$ назовем нечетко симметричным. При этом, $R \in \rho(A \times A)$, где ρ – это множество всех подмножеств $A \times A$.

$$\mu_{sim}(R) = 1 - 2 \left(\sum_{x \neq y \in A} |X_R(x, y) - X_R(y, x)| \right) / n(n-1),$$

где $n = |A|$, $x \in A$, $\chi_R(x, x) \in \{0, 1\}$

Нечеткая транзитивность

Если рассматривать свойство транзитивности как некоторую меру транзитивности (что тоже самое – меру нетранзитивности), которая при максимальном значении, равном единице, указывает на четкую транзитивность отношения, а при минимальном, равном нулю – на антитранзитивность¹, то можно дать следующее определение.

Определение: Любое четкое отношение R , определенное на множестве A , с уверенностью $\mu_{trn}(R)$ назовем *нечетко транзитивным*. При этом, $R \in \rho(A \times A)$, где ρ – это множество всех подмножеств $A \times A$.

$$\mu_{trn}(R) = \frac{\sum_{\{((x,y),(y,z)) | \chi_R(x,y) = \chi_R(y,z) = 1\}} \chi_R(x,z)}{n},$$

где $n = |\{((x,y), (y,z)) | \chi_R(x,y) = \chi_R(y,z) = 1\}|$

Нечеткая эквивалентность

Определение: Любое четкое отношение R , определенное на множестве A , с уверенностью $\mu_{eqv}(R)$ назовем отношением *нечеткой эквивалентности*.

При этом, $R \in \rho(A \times A)$, где ρ – это множество всех четких подмножеств $A \times A$.

$$\mu_{eqv}(R) = \min(\mu_{ref}(R), \mu_{sim}(R), \mu_{trn}(R))$$

Нечеткая толерантность

Определение: Любое четкое отношение R , определенное на множестве A , с уверенностью $\mu_{tlr}(R)$ назовем отношением *нечеткой толерантности*.

При этом, $R \in \rho(A \times A)$, где ρ – это множество всех четких подмножеств $A \times A$.

$$\mu_{tlr}(R) = \min(\mu_{ref}(R), \mu_{sim}(R), 1 - \mu_{trn}(R))$$

Нечеткий рефлексивный порядок

Определение: Любое четкое отношение R , определенное на множестве A , с уверенностью $\mu_{r_ord}(R)$ назовем отношением нечеткого рефлексивного порядка.

При этом, $R \in \rho(A \times A)$, где ρ – это множество всех четких подмножеств $A \times A$.

$$\mu_{r_ord}(R) = \min(\mu_{ref}(R), 1 - \mu_{sim}(R), \mu_{trn}(R))$$

Нечеткий строгий порядок

Определение: Любое четкое отношение R , определенное на множестве A , с уверенностью $\mu_{ord}(R)$ назовем отношением *нечеткого строгого порядка*.

¹ Под антитранзитивностью будем понимать следующее. Если из того, что $\chi_R(a,b) = 1$ и $\chi_R(b,c) = 1 \Rightarrow \chi_R(a,c) = 0$. Примером может служить отношение перпендикулярности, определенное на множестве прямых.

При этом, $R \in \rho(A \times A)$, где ρ – это множество всех четких подмножеств $A \times A$.

$$\mu_{ord}(R) = \min (1 - \mu_{ref}(R), 1 - \mu_{sim}(R), \mu_{trn}(R))$$

НЕЧЕТКИЕ СВОЙСТВА НЕЧЕТКИХ ОТНОШЕНИЙ

Нечеткая рефлексивность

Аналогично определению нечеткой рефлексивности четких отношений, определяется и *нечеткая рефлексивность нечетких отношений*.

Определение: Любое нечеткое отношение R , определенное на множестве A , с уверенностью $\mu_{ref}(R_F)$ назовем нечетко рефлексивным.

При этом, $R_F \in (A \times A)$, где ρ – это множество всех нечетких подмножеств $A \times A$.

$$\mu_{ref}(R_F) = \frac{\sum_{x \in A} \mu_{R_F}(x, x)}{|A|}$$

где $x \in A$, $\mu_{R_F}(x, x) \in [0, 1]$

Нечеткая симметричность

Определение: Любое нечеткое отношение R , определенное на множестве A , с уверенностью $\mu_{sim}(R)$ назовем нечетко симметричным. При этом, $R \in \rho(A \times A)$, где ρ – это множество всех подмножеств $A \times A$.

$$\mu_{sim}(R) = 1 - 2 \left(\sum_{x \neq y \in A} |\mu_R(x, y) - \mu_R(y, x)| \right) / n(n-1),$$

где $n = |A|$, $x, y \in A$, $\mu_R(x, y) \in [0, 1]$

Нечеткая транзитивность

Определение: Любое четкое отношение R_F , определенное на множестве A , с уверенностью $\mu_{trn}(R_F)$ назовем нечетко транзитивным.

При этом, $R_F \in \rho(A \times A)$, где ρ – это множество всех нечетких подмножеств $A \times A$.

$$\mu_{trn}(R_F) = \sum_{\{((x,y),(y,z)) | \mu_R(x,z) \geq \max \min (\mu_R(x,y), \mu_R(y,z))\}} \mu_R(x, z) / n,$$

где $n = |\{(x,y), (y,z) | \mu_R(x,z) \geq \max \min (\mu_R(x,y), \mu_R(y,z))\}|$

ЛИТЕРАТУРА

1. Zadeh L.A., Fuzzy sets, Information and Control, vol.8, № 3, PP. 338–353, 1965.
2. Ваградян В.Г., Применение аппарата нечетких множеств для адекватной формализации материальной составляющей оценки шахматных позиций / В кн. Труды Научной годичной конференции РАУ. СС. 90–97, 2007.
3. Vahradyan V.G., Karapetyan N, Stepanyan M., Application of Fuzzy Sets to Formalization of Chess High Level Concepts”. Proceedings of the International Conference CSIT-2009, Yerevan, Armenia. PP. 164–168, 2009.

ЗАДАЧИ ТОПОЛОГИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ СИСТЕМ АВТОМАТИЗАЦИИ

Г.Г. Геолецян, А.Ю.Варманова

hrant.geoletsyan@gmail.com, anna.vard@yahoo.com

АННОТАЦИЯ

Решение задач, возникающих при автоматизированном проектировании БИС и СБИС, часто основано на разбиении схемы на цепи (деревья) и их последовательном размещении и трассировке с использованием алгоритмов оптимального плоского линейного размещения на регулярных структурах, с оптимизацией различных критериев. Рассмотрены задачи линейного размещения графов, приводятся краткие описания алгоритмов плоского линейного размещения деревьев с минимизацией длины и ширины, формулируются некоторые нерешенные задачи.

Ключевые слов: линейное размещение, нумерация, граф, дерево, автоматизация проектирования.

Современный процесс проектирования систем автоматизации – многоэтапный процесс преобразования исходного системного описания в аппаратную и программную компоненты. Задачи размещения представляют исследовательскую базу для создания математического обеспечения топологической и структурной оптимизации при проектировании систем автоматизации [10,11]. Класс задач размещения графов на регулярных носителях достаточно широк, многие из них являются NP-сложными, чем обусловлен поиск их решений для некоторых классов графов.

Задачи линейного размещения графов актуальны при проектировании *вычислительных систем и систем автоматизации проектирования* [1, 6, 8]. При автоматизированном проектировании БИС возникают проблемы, решение которых часто основано на разбиении схемы на цепи (деревья) и их последовательном размещении и трассировке с использованием алгоритмов оптимального плоского размещения на регулярных структурах. Могут быть минимизированы такие критерии как общая длина соединений, число межсоединений, максимальная длина соединений, площадь схемы и т.д. Решение этих задач для произвольных графов связано со значительными трудностями. Стремление к нахождению более эффективных алгоритмов приводит к рассмотрению некоторых частных случаев, когда налагаются ограничения на типы размещаемых графов и вид искомого решения.

Линейным размещением (нумерацией) графа $G(X,U)$ назовем взаимно-однозначное соответствие $\square: X \rightarrow N$, где N – подмножество натуральных чисел, $\square X \rightarrow \square N$. Множество всех размещений n -вершинного графа $G(X,U)$ на множестве $\{1,2,...,n\}$ обозначим $\square$. Иногда удобна следующая интерпретация

задач размещения: на числовой оси в точках $1, 2, \dots, n$ размещаются вершины графа. При этом, проводятся все ребра исходного графа и оптимизируются некоторые функции, зависящие от размещения.

Пусть, дано некоторое размещение $\square$ графа $G(X, U)$. Скажем, что ребро (x, y) *проходит над вершиной* z при размещении $\square$, если $\square(x) < \square(z) < \square(y)$. Два ребра (x_1, y_1) и (x_2, y_2) назовем *пересекающимися* при размещении $\square$, если каждое ребро (x_i, y_i) , $i=1, 2$, проходит ровно над одной вершиной другого ребра.

Размещение $\square$ графа $G(X, U)$ назовем *плоским*, если при размещении $\square$ все ребра графа $G(X, U)$ не пересекаются. Множество всех плоских размещений n -вершинного графа $G(X, U)$ на множестве $\{1, 2, \dots, n\}$ обозначим через $\square_0$.

Длиной размещения $\square$ графа $G(X, U)$ назовем $L(\varphi, G) = \sum_{(x,y) \in U} |\varphi(x) - \varphi(y)|$.

Шириной размещения $\square$ графа $G(X, U)$ назовем $W(\square, G) = \max_{x \in X} \square_\Gamma(x)$ по всем $x \in X$, где $\square_\Gamma(x)$ равно числу ребер, проходящих над вершиной x при размещении $\square$.

Решению задач линейного размещения неориентированных графов с различными критериями оптимизации посвящено значительное число работ [6, 9]. В [3] приведен экспоненциальный алгоритм получения оптимального линейного размещения произвольного неориентированного графа с минимизацией длины размещения методом последовательного анализа вариантов. В [5] описан алгоритм нахождения оптимального размещения дерева с минимизацией длины. Сложность предложенного алгоритма n^3 . Полученная оценка пока не улучшена.

При решении задач конструкторского проектирования (компоновка, размещение, трассировка) графовые модели не отражают все свойства схем. Более предпочтительны для представления электронных схем гиперграфы. Они позволяют точнее определять и описывать основные конструктивные параметры объектов проектирования. Методы решения общих задач размещения можно рассматривать в рамках схем решения дискретных задач оптимизации – конструктивной оптимизации [7]. В схемах конструктивной оптимизации решение задач рассматривается как процесс последовательного уточнения, конкретизации конструкции решения, выбора направления дальнейшей конкретизации конструкции.

Приведем алгоритмы плоского линейного размещения деревьев с минимизацией длины и ширины

Плоское размещение деревьев с минимизацией длины. Пусть $T(X, U)$ n -вершинное неориентированное дерево. Требуется найти оптимальное размещение $\square_0: L(\square_0, T) = \min L(\square, T)$, по всем $\square \in \Phi_0$ – классу плоских размещений [4].

Алгоритм нахождения оптимального размещения $\square_0$ состоит в присвоении определенных меток вершинам дерева. Каждой вершине $x \in X$ присваивается двойная метка $a(x)$, $b(x)$ и некоторая последовательность $v(x)$ вершин из X .

Если x – висячая вершина, то $a(x)=1$, $b(x)=1$, $v(x)=x$. В дальнейшем, на каждом шаге метки и последовательности могут быть присвоены вершинам, у кото-

рых все смежные, кроме разве лишь одной, получили метки.

Пусть, всем вершинам $x_1, x_2, \dots, x_r$, смежным с вершиной x , уже присвоены метки $a(x_i)=a_i$, $b(x_i)=b_i$ и последовательности $v(x_i)$, $i=1, 2, \dots, r$. Предположим при этом, что $b_1 \square b_2 \square \dots \square b_r$ (этого всегда можно достичь перенумерацией вершин.) В этом случае вершина x получит метки

$$a(x) = \sum_{i=1}^r a_i + \sum_{i=1}^{\lfloor r/2 \rfloor} (i-1)b_{2i-1} + \sum_{i=1}^{\lfloor r/2 \rfloor} (i-1)b_{2i};$$

$$b(x) = \sum_{i=1}^r b_i + 1;$$

$$v(x) = v(x_1), v(x_3), \dots, v(x_{2\lfloor r/2 \rfloor - 1}), x, v(x_{2\lfloor r/2 \rfloor})^{-1}, \dots, v(x_4)^{-1}, v(x_2)^{-1}.$$

На первом шаге присваиваются метки и последовательности всем висячим вершинам. Далее среди всех вершин, которым можно присвоить метки, выбираем одну с минимальной возможной меткой $b(x)$. Пусть вершина x и будет таковой. Присвоим ей метки $a(x)$, $b(x)$ и последовательность $v(x)$. Далее вновь выделяем вершину с минимальной возможной меткой $b(x)$ и т.д. Процесс присвоения меток продолжается до присвоения меток и последовательностей всем вершинам.

Последовательность $v(x_0)$, где x_0 – вершина, помеченная последней, определяет оптимальное размещение $\square_0$, а $L(\square_0, T) = a(x_0)$. Метки $a(x)$, $b(x)$ и последовательность $v(x)$ имеют следующий содержательный смысл: $a(x)$ – значение функционала-критерия для размещения $\square_x$, которое является сжатием строящегося размещения $\square_0$ на поддереве $T(x)$, $b(x)$ – число вершин в $T(x)$, т.е. $b(x) = \square T(x) \square$, $v(x)$ – подпоследовательность строящейся последовательности $v(x_0)$, содержащая только вершины $T(x)$. Нетрудно подсчитать, что сложность предложенного алгоритма не превышает $p \log n$, где p – число вершин графа. Доказано, что $L(\square_0, T) = \min L(\square, T)$, по всем $\square \square \square_0$, т.е. размещение, построенное описанным алгоритмом, плоское и является минимальным по суммарной длине в классе всех плоских размещений.

Плоское размещение деревьев с минимизацией ширины. Пусть $T(X, U)$ n -вершинное неориентированное дерево. Требуется найти оптимальное размещение $\square_0$: $W(\square_0, T) = \min W(\square, T)$, по всем $\square \square \Phi_0$ – классу плоских размещений [2].

Алгоритм нахождения оптимального размещения $\square_0$ аналогично предыдущему, присваивает определенные метки вершинам дерева. Каждой вершине $x \square X$ присваивается метка $a(x)$ и некоторая последовательность $v(x)$ вершин из X .

Если x – висячая вершина, то $a(x)=0$, $v(x)=x$. В дальнейшем, на каждом шаге метки и последовательности могут быть присвоены вершинам, у которых все смежные, кроме разве лишь одной, получили метки.

Пусть, всем вершинам $x_1, x_2, \dots, x_k$, смежным с вершиной x , уже присвоены метки $a(x_i)=a_i$ и последовательности $v(x_i)$, $i=1, 2, \dots, k$. Предположим при этом, что

$a_1 \square a_2 \square \dots \square a_k$ (этого всегда можно достичь перенумерацией вершин). В этом случае вершина x получит метку $a(x) = \max\{a_1, a_3+1, \dots, a_{2r+1}+r\}, 2r+1 \square k$. Последовательность $v(x)$, сопоставленная вершине x , имеет вид:

$$v(x) = v(x_1), v(x_3), \dots, v(x_{2[k/2]-1}), x, v(x_{2[k/2]})^{-1}, \dots, v(x_2)^{-1}.$$

На первом шаге алгоритма придаются метки всем висячим вершинам. На общем шаге среди всех вершин, которые могут получить метку, помечается вершина с минимальной возможной меткой $a(x)$. Процесс продолжается до присвоения соответствующих меток и последовательностей всем вершинам.

Последовательность $v(x_0)$, где x_0 вершина, помеченная последней, определяет оптимальное размещение $\square_0$, а $W(\square_0, T) = a(x_0)$. При этом, как и в случае минимизации длины размещения, легко заметить, что размещение $\square_0$ будет плоским. Доказано, что $W(\square_0, T) = \min W(\square, T)$, по всем $\square \square \Phi_0$.

Часто рассматривается следующий критерий оптимизации линейного размещения графов, называемый *min-cat*. Назовем его *шириной* l размещения $\square$ графа $G(X, U)$ и определим как $\Omega(\square, G) = \max \square - (i, i+1)$ по всем $1 \leq i \leq n-1$, где $\square_{\square}(i, i+1)$ равно числу ребер, проходящих над $(i, i+1)$ при размещении $\square$.

$$\square_{\square}(i, i+1) = |\{(x, y) \square U, \\ [\square(x) \leq i \ \& \ \square(y) \geq i+1] \vee [\square(y) \leq i \ \& \ \square(x) \geq i+1]\}|.$$

В [12] приведен полиномиальный алгоритм оптимального *min-cat* (*шириной*) линейного размещения неориентированного дерева. Он полностью совпадает с приведенным выше алгоритмом плоского линейного размещения деревьев с минимизацией ширины [2], что говорит о совпадении этих двух критериев в классе плоских линейных размещений неориентированных деревьев. Сформулируем три задачи, представляющие интерес в направлении развития решений задач нахождения оптимальных линейных размещений графов:

- исследование соотношения критериев $W(\square, G)$ и $\Omega(\square, G)$, для более широких классов графов;
- разработка полиномиального алгоритма линейного размещения неориентированного дерева с минимизацией ширины;
- нахождение классов графов, для которых возможна разработка полиномиальных алгоритма линейного размещения с минимизацией длины или ширины.

ЛИТЕРАТУРА

1. Геолеция Г.Г., Структурная и топологическая оптимизация систем автоматизации. Ер., РАУ, 48с., 2007.
2. Геолеция Г.Г., Плоское размещение дерева с минимальной шириной // Сб. «Вычислительная техника», т. IV, Каунас, 1973.
3. Геолеция Г.Г., О задаче оптимального размещения вершин графа на отрезке // ДАН Арм. ССР. Т. 56, № 5, 1973.
4. Геолеция Г.Г. Плоское размещение дерева с минимизацией длины // «Вопросы радиоэлектроники», сер. ЭВТ, вып. 6, 1975.

5. Гольдберг М.К., Клипкер И.А., Алгоритм минимальной нумерации вершин дерева // Сообщения АН ГрССР, Т. 81, № 3, СС. 553–556. 1976.
6. Евстигнеев В.А. Применение теории графов в программировании. М, «Наука», 1985.
7. Маркосян С.Е., Деолеян Г.Г., Оптимальное линейное размещение схем при помощи гиперграфов // «Вычислительная техника»: Т.7, Каунас, 1975.
8. Geoletsyayn H., Shoukourian S., Tavangarian D., Fast algorithms of tuning computer systems based on a concurrent network architecture // Proceedings of the High-Performance Computing Symposium, USA, 2001.
9. Diaz J, Petit J, Serna M., Survey on Graph Layout Problems // ACM Comput. Surv. 34 (3). PP. 313–356, 2002.
10. Kahng A.B., Lienig J., Markov I.L., Hu J., VLSI Physical Design: From Graph Partitioning to Timing Closure – Springer Dordrecht Heidelberg, London, New York, 2011.
11. Sherwani N., Algorithms for VLSI Physical Design Automation. Kluwer Academic Publishers, 1997.
12. Yannakakis M. A polynomial algorithm for min-cut linear arrangement of trees // Proc. 24th IEEE Symposium on Foundation of Computer Science. PP. 274–281, 1983

PROBLEMS OF AUTOMATION SYSTEMS TOPOLOGY OPTIMIZATION

SUMMARY

The solution of problems arising in the VLSI computer-aided design, often based on chain (tree) partitioning schemes, their sequential placement and routing algorithms using optimal placement of regular structures on a flat line, is connected with optimization of various criteria. Linear placement of graphs is considered and planar linear arrangement of trees minimizing length and width is described. Some unsolved problems are provided.

ԱՎՏՈՄԱՏԱՑՄԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐԻ ՏՈՊՈԼՈԳԻԱԿԱՆ ՕՊՏԻՄԱԼԱՑՄԱՆ ԽՆԴԻՐՆԵՐ

ԱՍՓՈՓՈՒՄ

Մեծ և գերմեծ ինտեգրալ սխեմաների ավտոմատացված նախագծման ընթացքում առաջացող խնդիրների լուծումը, հաճախ հիմնված է սխեմաները ըստ շղթաների (ծառերը) տրոհման եւ դրանց հաջորդական տեղադրման և ուղեգծման վրա՝ օգտագործելով օպտիմալացման տարբեր չափանիշներով լավագույն հարթ գծային տեղաբաշխման ստացման ալգորիթմները: Դիտարկված են գրաֆների գծային տեղաբաշխման խնդիրներ, բերված են ծառերի հարթ գծային տեղաբաշխման ալգորիթմների հակիրճ նկարագրությունները: Ձևակերպված են որոշ չլուծված խնդիրներ:

НЕОБХОДИМОЕ И ДОСТАТОЧНОЕ УСЛОВИЕ НЕТЕРОВОСТИ ДЛЯ ОПЕРАТОРА С ПОСТОЯННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

А.А. Дарбинян, А.Г. Туманян

armankri@yahoo.com; ani.tumanyan92@gmail.com

АННОТАЦИЯ

В работе исследован вопрос нетеровости линейных дифференциальных операторов в анизотропных пространствах Соболева с постоянными в $\mathbb{R}^n$ коэффициентами. Доказывается, что в множестве рассматриваемых операторов нетеровыми являются те и только те операторы, которые являются обратимыми. Тем самым, исчерпывается задача о вычислении индекса для рассматриваемого класса операторов.

Ключевые слова: нетеровость, индекс оператора, n -нормальный оператор, d -нормальный оператор

Исследование нетеровости для линейных операторов имеет важное значение при нахождении условий разрешимости соответствующих уравнений, в вопросах существования и единственности решения. Для сингулярных интегродифференциальных операторов, определенных на гладких компактных многообразиях с краем и без края, М.С. Аграновичем [1] установлена эквивалентность нетеровости и эллиптичности. Для определенного класса эллиптических операторов в неограниченных областях найдены необходимые и достаточные условия нетеровости в терминах предельных операторов [2]. Вопрос нетеровости и вычисления индекса актуален также и в анизотропном случае. В работах А.А. Дарбиняна и Г.А. Карапетяна [3–5] доказана нетеровость и фредгольмовость для некоторых классов полуэллиптических операторов в определенных весовых пространствах. В данной работе исследуется оператор с постоянными коэффициентами в $\mathbb{R}^n$ в анизотропных пространствах Соболева, и для него получены необходимые и достаточные условия для нетеровости.

Пусть, рассматривается линейный дифференциальный оператор

$$L(D) = \sum_{(\alpha:\nu) \leq s} a_\alpha D^\alpha, \quad (1)$$

где $\alpha, \nu \in Z_+^n, \nu \neq 0$ (Z_+^n – множество мультииндексов),

$$(\alpha:\nu) = \frac{\alpha_1}{\nu_1} + \dots + \frac{\alpha_n}{\nu_n}, s \in \mathbb{N}, D^\alpha = D_1^{\alpha_1} \dots D_n^{\alpha_n}, D_k = i \frac{\partial}{\partial x_k},$$

$x = (x_1 \dots x_n) \in \mathbb{R}^n, n \geq 2, a_\alpha$ – заданные действительные числа.

Определение 1. Обозначим $H_\nu^k(R^n)$ или просто H_ν^k , где $k \in R, \nu \in Z_+^n$, пространство таких $u \in S'(S' - \text{пространство обобщенных функций медленного роста})$ для которых конечна норма

$$\|u\|_{k,\nu} = \left(\int |\hat{u}(\xi)|^2 \left(1 + |\xi|_\nu\right)^{2k} d\xi \right)^{1/2},$$

где $\hat{u}$ – преобразование Фурье функции u

Определение 2. Ограниченный линейный оператор A , действующий из Банахова пространства X в банахово пространство Y , называется n -нормальным, если выполняются следующие условия:

- 1) ядро оператора A является конечномерным ($\dim \text{Ker}(A) < \infty$);
- 2) область значений оператора A замкнуто ($\text{Im}(A) = \overline{\text{Im}(A)}$).

Определение 3. Ограниченный линейный оператор A , действующий из Банахова пространства X в Банахово пространство Y , называется d -нормальным, если выполняются следующие условия:

- 1) коядро оператора A конечномерно ($\dim \text{Co ker}(A) = \dim Y / \text{Im}(A) < \infty$);
- 2) область значений оператора A замкнуто ($\text{Im}(A) = \overline{\text{Im}(A)}$).

Определение 4. Ограниченный линейный оператор A , действующий из Банахова пространства X в Банахово пространство Y , называется нетеровым, если выполняются следующие условия:

- 1) ядро оператора A является конечномерным ($\dim \text{Ker}(A) < \infty$);
- 2) коядро оператора A конечномерно ($\dim \text{Co ker}(A) = \dim Y / \text{Im}(A) < \infty$);
- 3) область значений оператора A замкнуто ($\text{Im}(A) = \overline{\text{Im}(A)}$).

Доказательство основного результата работы основано на следующих двух леммах:

Лемма 1. Пусть $L(D): H_\nu^k \rightarrow H_\nu^{k-s}$ n -нормальный, E_0 – такое полное подпространство пространства H_ν^k , что $E_0 \cap \text{Ker} L = \{0\}$. Тогда $LE_0 = \overline{LE_0}$.

Лемма 2. Пусть $L(D): H_\nu^k \rightarrow H_\nu^{k-s}$ d -нормальный оператор, $\phi \in \text{Ker} L^*$, где $L^*: (H_\nu^{k-s})^* \rightarrow (H_\nu^k)^*$ сопряженный оператор. Тогда для

$\forall \{f_m\} \subset H_v^{k-s}, f_m \xrightarrow{D'} f$ (в обобщенном смысле) и $\|f_m\|_{k-s, v} < M < \infty$ имеет место $\phi(f_m) \rightarrow \phi(f)$ при $m \rightarrow \infty$.

В работе для исследуемого класса нетеровых операторов, рассматриваемых на анизотропных пространствах, устанавливается совпадение с множеством обратимых операторов. Результат можно сформулировать в виде следующей теоремы:

Теорема. Для того чтобы оператор $L(D): H_v^k \rightarrow H_v^{k-s}$ был нетеровым, необходимо и достаточно, чтобы он был обратимым.

Доказательство необходимости проводится в два этапа. С использованием леммы 1 получаем, что ядро оператора состоит только из нулевого вектора. Для каждого элемента из пространства H_v^k с использованием леммы 2, доказываем существование прообраза. Тем самым, доказываем обратимость рассматриваемого оператора. Достаточность является следствием того, что обратимый оператор является нетеровым.

ЛИТЕРАТУРА

1. Агранович М.С., Эллиптические сингулярные интегродифференциальные операторы. // Успехи Мат. науки, 1965: Т. 20, вып. 5(125). СС. 3–120.
2. Volpert V., Elliptic partial differential equations. Volume I. Fredholm theory of elliptic problems in unbounded domains. Birkhäuser, 2011.
3. Карапетян Г. А., Дарбинян А. А., Об индексе полуэллиптического оператора в $\mathbb{R}^n$, Изв. НАН. Арм., Мат., Т. 42, № 5, 33–50, 2007.
4. Дарбинян А.А., Индекс полуэллиптического оператора с постоянными коэффициентами «Вестник РАУ», Ер.: Изд-во РАУ, № 2, 100–105, 2008.
5. Карапетян Г.А., Дарбинян А.А., Нетеровость полуэллиптического оператора с постоянными коэффициентами в области, Уч. Записи ЕГУ, № 3, 2008.

ԱՆՀՐԱԺԵՇՏ ԵՎ ԲԱՎԱՐԱՐ ՊԱՅՄԱՆ ՀԱՍՏԱՏՈՒՆ ԳՈՐԾԱԿԻՑՆԵՐՈՎ ՕՊԵՐԱՏՈՐԻ ՆՅՈՏԵՐՅԱՆՈՒԹՅԱՆ ՀԱՄԱՐ

ԱՄՓՈՓՈՒՄ

Աշխատանքում հետազոտվում է հաստատուն գործակիցներով գծային դիֆֆերենցիալ օպերատորի նյութերյան լինելու խնդիրը սոբոլևյան անիզոտրոպ տարածություններում: Ստացված է արդյունք, ըստ որի դիտարկվող դասի օպերատորը նյութերյան է այն և միայն այն դեպքում, երբ այն հակադարձելի է: Դրանով լուծվում է ինդեքսի որոշման խնդիրը այդ դասի օպերատորների համար:

СПЕКТРАЛЬНАЯ СТАБИЛЬНОСТЬ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ ОПЕРАТОРОВ ВЫСШЕГО ПОРЯДКА С МЛАДШИМИ ЧЛЕНАМИ

Г.А. Карпетян, Г.Г. Арзуманян

garnik_karapetyan@yahoo.com, gosharz@gmail.com

АННОТАЦИЯ

В данной работе исследуется зависимость собственных значений эллиптических операторов высшего порядка с младшими членами, в зависимости от возмущений области, на которой определены эти операторы.

Ключевые слова: эллиптический оператор высшего порядка, атлас, младшие члены, возмущение области, оценка возмущения собственных значений.

1. Введение

Данная работа посвящена изучению зависимости собственных значений следующего оператора

$$Hu = (-1)^m \sum_{|\alpha|=|\beta|=m} D^\alpha (A_{\alpha\beta}(x) D^\beta u) + (-1)^m \sum_{|\gamma|<m} D^\gamma (B_\gamma(x) D^\gamma u), \\ x \in \Omega,$$

с однородными краевыми условиями Дирихле, где $m \in \mathbb{N}$, Ω – ограниченная область в R^N , коэффициенты $A_{\alpha\beta}$ и B_γ – ограниченные в Ω функции, удовлетворяющие условиям

$$\sum_{|\alpha|=|\beta|=m} A_{\alpha\beta}(x) \xi_\alpha \xi_\beta \geq \theta |\xi|^2, \tag{1.1}$$

$$A_{\alpha\beta} = A_{\beta\alpha}, B_\gamma(x) \geq 0, |\gamma| < m,$$

где α, β, γ – мультииндексы.

Рассматриваются области Ω , для которых спектр дискретный и может быть представлен в виде неубывающей последовательности неотрицательных чисел

$$\lambda_1[\Omega] \leq \lambda_2[\Omega] \leq \dots \leq \lambda_n[\Omega] \leq \dots,$$

где каждое собственное значение повторяется столько раз, какова его кратность.

Получена оценка вида

$$|\lambda_n[\Omega] - \lambda_n[\Phi(\Omega)]| < c(1 + \lambda_n[\Omega]) \max_{0 \leq |\alpha| \leq m} \|D^\alpha(\Phi - Id)\|_{L_\infty(\Omega)},$$

при некоторой константе $c > 0$, где $\lambda_n[\Omega]$, $\lambda_n[\Phi(\Omega)]$ собственные значения, отвечающие, соответственно, областям Ω , $\Phi(\Omega)$, в случае подходящего диффеоморфизма Φ -областей.

2. Основные понятия и обозначения

Пусть $N, m \in \mathbb{N}$, а Ω область в R^n . Обозначим через $W^{m,2}(\Omega)$ пространство Соболева комплекснозначных функций из $L_2(\Omega)$, у которых существуют все обобщенные производные до порядка m , принадлежащих $L_2(\Omega)$, с нормой

$$\|u\|_{W^{m,2}(\Omega)} = \sum_{|\alpha| \leq m} \|D^\alpha u\|_{L^2(\Omega)} \quad (2.1)$$

Обозначим через $W_0^{m,2}(\Omega)$ замыкание множества функций из $C^\infty(\Omega)$ с компактным носителем в Ω по норме (2.1).

Лемма (см.[1]). Пусть Ω область в R^n . Пусть вложение $W_0^{m,2}(\Omega) \subset W^{m-1,2}(\Omega)$ компактно. Тогда существует $c > 0$ такое, что неравенство

$$\|u\|_{W^{m,2}(\Omega)} \leq c(\|u\|_{L^2(\Omega)} + \sum_{|\alpha|=m} \|D^\alpha u\|_{L^2(\Omega)}) \quad (2.2)$$

выполняется для всех $\forall u \in W_0^{m,2}(\Omega)$.

Ненулевая функцию $u \in W_0^{m,2}(\Omega)$, назовем обобщенной собственной функцией, соответствующей собственному значению λ , если для любого $v \in W_0^{m,2}(\Omega)$ имеет место следующее тождество

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \sum_{|\alpha|=|\beta|=m} A_{\alpha\beta} D^\alpha u D^\beta v dx + \int_{\Omega} \sum_{|\gamma|<m} B_\gamma D^\gamma u D^\gamma v = \\ = \lambda \int_{\Omega} u v dx, \end{aligned} \quad (2.3)$$

Для любых функций $u, v \in W_0^{m,2}(\Omega)$ обозначим

$$\begin{aligned} Q_\Omega(u, v) = \int_{\Omega} \sum_{|\alpha|=|\beta|=m} A_{\alpha\beta} D^\alpha u D^\beta v dx + \\ + \int_{\Omega} \sum_{|\gamma|<m} B_\gamma D^\gamma u D^\gamma v, \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$Q_\Omega(u) = Q_\Omega(u, u).$$

Теорема (1.1). Пусть, Ω область в R^N . Пусть $m \in \mathbb{N}$, $\theta > 0$ и для всех α, β, γ – таких, что $|\alpha|=|\beta|=m$, $|\gamma| < m$, $A_{\alpha\beta} = A_{\beta\alpha}$, $B_\gamma \geq 0 \quad \forall x \in \Omega$, коэффициенты $A_{\alpha\beta}$, B_γ ограниченные, действительныезначные функции на Ω , и пусть вложение $W_0^{m,2}(\Omega) \subset W^{m-1,2}(\Omega)$ компактно.

Тогда существует неотрицательный, самосопряженный линейный оператор H на $L^2(\Omega)$ с компактной резольвентой – такой, что

$$\langle H^{1/2}u, H^{1/2}v \rangle_{L^2(\Omega)} = Q_\Omega(u, v), (u, v) \in W_0^{m,2}(\Omega)^2, \quad (2.5)$$

Более того, собственные значения совпадают с собственными значениями оператора H (в смысле в (2.3)) и выполняется равенство:

$$\lambda_n[H_{V(\Omega)}] = \inf_{\dim L=n} \sup_{\substack{u \in L \\ u \neq 0}} \frac{Q_\Omega(u)}{\|u\|^2}, \quad (2.6)$$

если вложение $W_0^{m,2}(\Omega) \subset W^{m-1,2}(\Omega)$ компактно.

Для любого множества V из R^N обозначим через V_δ множество $\{x \in V : d(x, \partial\Omega)\} < \delta$. Под поворотом в R^n будем понимать ортогональную матрицу размера $n \times n$ с действительными элементами, которая сопоставлена соответствующему

линейному оператору, действующему в R^N .

Определение (см. [2]). Пусть $\rho > 0$, $s, s' \in N$, $s \leq s'$, $\{V_j\}_{j=1}^s$ – семейство открытых, ограниченных параллелепипедов, $\{r_j\}_{j=1}^s$ – семейство поворотов в R^N .

Скажем, что $A = (\rho, s, s', \{V_j\}_{j=1}^s, \{r_j\}_{j=1}^s)$ – атлас с параметрами $\rho, s, s', \{V_j\}_{j=1}^s, \{r_j\}_{j=1}^s$, коротко атлас в R^n .

Обозначим через $C(A)$ областей в R^n , удовлетворяющих следующим условиям:

1. $\Omega \in \bigcup_{j=1}^s (V_j)_\rho$, $\Omega \cap (V_j)_\rho \neq \emptyset$;
2. $\partial \Omega \cap V_j \neq \emptyset$, $j=1, \dots, s'$, $\partial \Omega \cap V_j = \emptyset$, $s' < j \leq s$;
3. $j=1, \dots, s$

$$r_j(V_j) = \{x \in R^N : a_{ij} < x_i < b_{ij}, i=1, \dots, N\}$$

$$r_j(\Omega \cap V_j) = \{x \in R^N : a_{Nj} < x_N < g_j(\bar{x}), \bar{x} \in W_j\}$$

где $\bar{x} = (x_1, \dots, x_{N-1})$, $W_j = \{\bar{x} \in R^N : a_{ij} < x_N < b_{ij}, i=1, \dots, N-1\}$, а g_j и непрерывные на $\bar{W}_j$ функции. Более того для $j=1, \dots, s'$ неравенство

$$a_{Nj} + \rho \leq g_j(\bar{x}) \leq b_{Nj} - \rho$$

выполняется для всех $\bar{x} \in \bar{W}_j$.

Скажем, что область Ω является областью с непрерывной границей, если она принадлежит $C(A)$ для некоторого атласа A .

3. Результаты

Лемма (3.1). Пусть Ω ограниченная область в R^n . Пусть $m \in \mathbb{N}$, $B_1, B_2 > 0$, а $\square$ -диффеоморфизм класса C^m области Ω в область $\square(\Omega)$ такой, что для всех $x \in \Omega$

$$\max_{1 \leq |\alpha| \leq m} |D^\alpha \phi(x)| \leq B_1, \quad |\det \nabla \phi(x)| \geq B_2 \quad (3.1)$$

Пусть $B_3 > 0$ и для всех $\alpha, \beta, \gamma \in N_0^N$ $|\alpha|=|\beta|=m, |\gamma|<m, A_{\alpha\beta}, B_\gamma$ ($A_{\alpha\beta} = A_{\beta\alpha}, B_\gamma(x) \geq 0$) ограниченные, измеримые, действительнзначные функции, определенные в $\Omega \cup \phi(\Omega)$, удовлетворяющие неравенству:

$$\max_{|\alpha|=|\beta|=m} |A_{\alpha\beta}(x)| \leq B, \max_{|\gamma|<m} |B_\gamma(x)| \leq B_3 \quad (3.2)$$

в $\Omega \cup \phi(\Omega)$ почти всюду. Тогда существует $c > 0$, зависящее только от N, m, B_1, B_2, B_3 – такое, что

$$|Q_{\phi(\Omega)}(u \circ \phi^{(-1)}) - Q_\Omega(u)| \leq cL(\phi) \int_\Omega \sum_{1 \leq |\alpha| \leq m} |D^\alpha u|^2 dx, \quad (3.3)$$

для всех, где $u \in W^{m,2}(\Omega)$

$$L(\phi) = \max_{1 \leq |\alpha| \leq m} \|D^\alpha(\phi - Id)\|_{L_\infty(\Omega)} + \max_{|\alpha|=|\beta|=m} \|A_{\alpha\beta} \circ \phi - A_{\alpha\beta}\|_{L_\infty(\Omega)} + \max_{|\gamma|<m} \|B_\gamma \circ \phi - B_\gamma\|_{L_\infty(\Omega)} \quad (3.4)$$

Теорема (3.1). Пусть A атлас в R^n . Пусть $m \in \mathbb{N}$, $B_1, B_2, \theta, L > 0$, и для всех $\alpha, \beta, \mu \in N_0^N$ $|\alpha|=|\beta|=m, \mu < m$ функции $A_{\alpha\beta}, B_\gamma(x)$ удовлетворяют следующим условиям $A_{\alpha\beta} = A_{\beta\alpha}, B_\gamma(x) \geq 0$, $\|A_{\alpha\beta}\|_{C^{0,1}(\bigcup_{j=1}^s V_j)} \leq L$, $\|B_\gamma\|_{C^{0,1}(\bigcup_{j=1}^s V_j)} \leq L$

и $A_{\alpha\beta}$ удовлетворяют условию эллиптичности с постоянной θ .

Тогда существует число $c > 0$, зависящее только от $N, A, m, B_1, B_2, \theta, L$ – такое, что для всех областей $\Omega \in C(A)$ и для всех диффеоморфизмов $\Phi(\Omega)$ класса C^m , удовлетворяющих условию (3.1) и $\Phi(\Omega) \in \bigcup_{j=1}^s V_j$, выполняется неравенство

$$|\lambda_n[\Omega] - \lambda_n[\Phi(\Omega)]| < c(1 + \lambda_n[\Omega]) \max_{0 \leq |\alpha| \leq m} \|D^\alpha(\Phi - Id)\|_{L_\infty(\Omega)} \quad (3.5)$$

для задач Дирихле, если только $\max_{0 \leq |\alpha| \leq m} \|D^\alpha(\Phi - Id)\|_{L_\infty(\Omega)} < c^{-1}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бесов О.В., Ильин В.П., Никольский С.М., Интегральные представления функций и теоремы вложения, НАУКА-Физматлит, 1996.
2. Burenkov V.I., Lamberti P.D., Spectral Stability of Higher Order Uniformly Elliptic Operators, International Mathematical Series Volume 9. PP.1712–1740, 2009.
3. Burenkov V.I., Lamberti P.D., Spectral stability of Dirichlet second order uniformly elliptic operator, Journal of Differential Equations Volume 244. PP.1710–1735, 2008.

SPECTRALLY STABLE EIGENVALUES OF ELLIPTIC OPERATORS OF HIGHER ORDER WITH MINOR TERMS

SUMMARY

In this paper we consider spectral stability problems for higher order elliptic operators with lower order members dependent on domain perturbations.

ՍՊԵԿՏՐԱԼ ԿԱՅՈՒՆՈՒԹՅՈՒՆԸ ԲԱՐՁՐԱԳՈՒՅՆ ԿԱՐԳԻ
ԷԼԻՊՍԱԿԱՆ ՕՊԵՐԱՏՈՐՆԵՐԻ ԻՐԵՆՑ ԿՐԴՍԵՐ
ԱՆԴԱՄՆԵՐՈՎ

ԱՍՓՈՓՈՒՄ

Նշվածաշխաասանքում ուսումնասիրվում է կրթսեր անդամներով բարձ կարգի էլիպսիկ օպերատորի սեփական արժեքների կախվածությունը օպերատորի որոշման տիրույթի զրգումից:

ДВОИЧНЫЕ ЛИНЕЙНЫЕ КОДЫ В АДДИТИВНЫХ КАНАЛАХ СВЯЗИ

Ж.Г. Маргарян, Т.В. Сохакян, Д.А. Даноян, Х.О. Шахзадян

*jiromr@mail.ru, tigran.sokhakyanyan@gmail.com, danoyan@gmail.com,
khachik.shahzadyan@gmail.com*

АННОТАЦИЯ

В статье рассматривается класс аддитивных каналов связи с допустимыми ошибками, которые являются обобщением систем ошибок, рассмотренными Хеммингом. Дается эффективный метод построения совершенного кода, исправляющего ошибки рассматриваемого канала, который является обобщением кода Хемминга. Описывается легко реализуемый алгоритм декодирования.

Ключевые слова: аддитивный канал, совершенные коды, исправление ошибок.

Введение

Существует много способов передачи и хранения информации и все они, так или иначе, связаны с понятием канала связи. Будем исходить из того, что все, что происходит в канале связи – это преобразование одних слов в другие, т.е. в каждом канале реализуется некоторая словарная функция, которая моделирует шумы, присутствующие в канале

$$B^n \rightarrow B^m,$$

где $B = \{a_1, a_2, \dots, a_s\}$ – конечный алфавит и B^l множество всех слов длины l над алфавитом B .

В этой работе рассматривается, так называемый, аддитивный канал связи построением кода, исправляющего ошибки этого канала.

Особенность аддитивного канала состоит в том, что вышеупомянутая словарная функция имеет следующий вид:

$$B^n \rightarrow B^n,$$

т.е. длины входного и выходного слов канала одинаковы.

Пусть $B = \{0,1\}$ – поле Галуа из двух элементов и $B^n = \{0,1\}^n$ векторное пространство размерности n над этим полем B . С подмножеством $E'_n = \{e'_0, e'_1, \dots, e'_m\} \subseteq B^n$ связывается аддитивный канал. Следующим образом: любой из векторов $x \in B^n$ в канале A преобразуются в один из векторов вида

$$y = x \oplus e'_k, \quad e'_k \in A,$$

где $\oplus$ – операция сложения (сложения по $\text{mod } 2$) в пространстве B^n . Таким образом, осуществляется «сдвиг» исходного вектора x на вектор e'_k . В результате «сдвига» e'_k вектор x преобразуется в другой вектор y , который может совпадать

с x , если $e'_k = (0 \ 0 \ \dots \ 0)$.

Примеры содержательных аддитивных каналов можно найти в [2].

Основные определения

Определение. Окрестность вектора $v \in B^n$ k -ого порядка вектора по $C \subseteq B^n$ определяется следующим образом [2]:

$$C^k(v) = \{u \oplus y : u \in C^{k-1}(v), y \in C\}, C^0(v) = \{v\}.$$

Определение. Код $V = \{v_1, v_2, \dots, v_N\}$ исправляет ошибки аддитивного канала $A = \{e_0, e_1, \dots, e_m\}$, если выполнены условия:

$$A^1(v_i) \cap A^1(v_j) = \emptyset, \text{ где } i, j = \overline{1, N}, i \neq j.$$

Эквивалентное определение выглядит так:

код $V = \{v_0, v_1, \dots, v_N\}$ исправляет ошибки аддитивного канала $A = \{e_0, e_1, \dots, e_m\}$, если

$$v_i \oplus e_s \neq v_j \oplus e_r \text{ где } i, j = \overline{1, N}, r, s = \overline{0, m}, i \neq j, r \neq s.$$

Откуда следует неравенство

$$|V| \times |A| \leq 2^n,$$

что означает ограниченность сверху мощности кода V .

Определение. Код V , исправляющий ошибки аддитивного канала A , называется совершенным, если

$$|V| \times |A| = 2^n.$$

Обозначим через $A(n_1, n_2, \dots, n_k)$, где $n_1, n_2, \dots, n_k$ неотрицательные положительные числа, следующую квазидиагональную матрицу размером $n \times n$,

$$\begin{bmatrix} A_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & A_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & A_k \end{bmatrix}$$

где нижне-треугольная матрица A_i имеет размеры $n_i \times n_i$, и все ее ненулевые элементы равны единице. Далее будем рассматривать класс аддитивных каналов с множеством ошибок, состоящей из строк матрицы $A(n_1, n_2, \dots, n_k)$ дополненной нулевым вектором. При этом, будем нумеровать вектора ошибок по номерам, соответствующих им строк матрицы, а нулевому вектору сопоставим номер. Для краткости обозначим конкретный аддитивный канал через $A(n_1, n_2, \dots, n_k)$ или просто A .

Если взять все числа $n_1, n_2, \dots, n_k$, равные единице, то получим систему векторов ошибок классического случая, рассмотренного Хеммингом, который подробно рассматривается в [1].

Введенная система векторов может быть рассмотрена не только как теоретическое обобщение классической системы Хемминга, но и возникает при моделировании различных каналов связи.

Построение проверяющей матрицы

Пусть, для каждого $1 \leq i \leq nl_i$ такое, что

$$\varphi(l_i) < i \leq \varphi(l_i + 1),$$

где

$$\varphi(l) = \sum_{j=1}^l n_j, \quad \varphi(1) = 0.$$

Пусть, r – наименьшее число такое, для которого выполняются неравенство:

$$n \leq 2^r - 1.$$

Построим матрицу $H(n_1, n_2, \dots, n_k)$ размеров $r \times 2^r - 1$, столбцы которой удовлетворяют следующим условиям:

$$\sum_{j=\varphi(l_i)+1}^i h^j = b(i, r), \quad i = \overline{1, n},$$

где суммирование ведется в пространстве B^r , и $b(q, p)$ означает двоичное p -разрядное представление числа q .

Утверждение. Столбцы матрицы $H(n_1, n_2, \dots, n_k)$ определяются следующим образом:

$$h^{p+1} = \begin{cases} b(p+1, r) \oplus b(p, r), & \text{если } p \neq \varphi(l_p) \\ b(p+1, r) & , \text{если } p = \varphi(l_p) \end{cases}$$

Утверждение. Ранг матрицы $H(n_1, n_2, \dots, n_k)$ равен r .

Утверждение. Код, заданный с помощью проверяющей матрицы H , исправляет ошибки аддитивного канала A .

Отметим, что порождающей матрицей кода может быть выбрана любая матрица $G(n_1, n_2, \dots, n_k)$, ортогональная матрице $H(n_1, n_2, \dots, n_k)$, которая имеет единичную подматрицу. Кодовое слово получается умножением исходного вектора сообщения с порождающей матрицей [1]. Элементарными преобразованиями матрицы $G(n_1, n_2, \dots, n_k)$ можно получить систематический код.

Алгоритм декодирования

Из построения проверяющей матрицы следует, что, переданное по каналу связи исходное кодовое слово, можно восстановить по нижеуказанному алгоритму:

1. По принятому вектору u вычисляется синдром $s = Hu$.
2. Полученный синдром является двоичным представлением номера вектора ошибки: $s = b(k, r)$. При этом, если синдром нулевой, то заключаем об отсутствии ошибки.
3. $u \oplus e_k$ является исходно переданным кодовым словом.

Для наглядности алгоритма приведем пример.

Пусть $k = 3, n_1 = 2, n_2 = 3, n_3 = 2$. Тогда проверочная матрица кода имеет следующий вид:

$$H(2, 3, 2) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Следующая матрица является порождающей

$$G(2, 3, 2) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Пусть на вход канала A передано кодовое слово $x = (0, 0, 0, 1, 1, 1, 0)$, и на выходе получен вектор $y = (0, 0, 1, 0, 0, 1, 0)$. Умножая y на H , получаем:

$$s = Hy = (1, 0, 1) = b(5, 3)$$

ненулевой синдром, значит произошла ошибка $e_5 = (0, 0, 1, 1, 1, 0, 0)$.

Суммируя e_5 и y , получаем переданное кодовое слово.

Заключение

Из приведённых выше утверждений вытекает основная теорема:

Теорема. Код, задающийся проверяющей матрицей H , является совершенным для аддитивного канала A , если

$$n = 2^l - 1, l \geq 1.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Мак-Вильямс Ф. Дж., Слоэн Н. Дж. А., Теория кодов, исправляющих ошибки. М.: Радио и связь, 1979.
2. Леонтьев В.К., Мовсисян Г.Л., Маргарян Ж., Коды в аддитивных каналах. Доклады АН Армении: Т. 110, 4, 2010.

BINARY LINEAR CODES IN ADDITIVE CHANNELS

SUMMARY

A class of additive channels is considered. Set of errors of the channel are a generalization for errors of Hamming. A construction method of perfect error correcting code of the considered channel is described which is a generalization of Hamming code. An effective implemented decoding algorithm is described.

ԵՐԿՈՒԱԿԱՆ ԳԾԱՅԻՆ ԿՈՂԵՐ ԱՂԻՏԻՎ ԿԱՊՈՒՂԻՆԵՐՈՒՄ

ԱՍՓՈՓՈՒՄ

Դիտարկվում է Հեմինգի կոդմից դիտարկված սխալների բազմության ընդհանրացում հանդիսացող սխալների բազմությամբ ադիտիվ կապուղիների դաս: Նկարագրվում տրված սխալները ուղղող կատարյալ կոդի կառուցման եղանակ, որը հանդիսանում է Հեմինգի կոդերի ընդհանրացում: Նկարագրվում է ապակոդավորման արդյունավետ իրականացվող ալգորիթմ:

СРАВНЕНИЕ ДВУМЕРНЫХ МНОГОЧЛЕНОВ И ГИПЕРБОЛИЧНОСТЬ С ВЕСОМ

В.Н. Маргарян

vachagan.margaryan@yahoo.com

АННОТАЦИЯ

В работе найден алгебраический критерий для сравнений двумерных многочленов с данным весом.

MSC 2010 number: 12E10, 26C05

Пусть, N – множество натуральных чисел, $N_0 = N \cup \{0\}$, N_0^2 – множество двумерных мультииндексов, т.е. точек $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2)$ $\alpha_j \in N_0$ $j=1,2$, R^2 – двумерное вещественное евклидово пространство точек $\xi = (\xi_1, \xi_2)$,

$$R_+^2 \equiv \{\xi \in R^2, \xi_j \geq 0 \ j=1,2\} \text{ и } R_0^2 \equiv \{\xi \in R^2, \xi_1 \cdot \xi_2 \neq 0\}.$$

Характеристическим многоугольником (х.м.) конечного набора $A \subset R_+^2$ называется минимальный выпуклый многоугольник $\mathfrak{R} = \mathfrak{R}(A) \subset R_+^2$ содержащий множество $A \cup \{0\}$.

Многоугольник $\mathfrak{R} \subset R_+^2$ называется полным, если $\mathfrak{R}$ имеет вершину в начале координат и отличную от начала координат вершину на каждой оси ординат. Полный многоугольник называется вполне правильным (в.п.), если компоненты всех внешних (относительно $\mathfrak{R}$) нормалей одномерных некоординатных граней положительны.

Для в.п. многоугольника $\mathfrak{R}$ обозначим $\Lambda(\mathfrak{R})$ – множество нормалей $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2)$, $\min\{\lambda_1, \lambda_2\} = 1$ одномерных некоординатных граней $\mathfrak{R}$, $\rho_0(\mathfrak{R}) \equiv \max\{(\nu) = \nu_1 + \nu_2, \nu \in \mathfrak{R}^0\}$, где $\mathfrak{R}^0$ – множество вершин $\mathfrak{R}$, $(\chi_1(\mathfrak{R}), 0), (0, \chi_2(\mathfrak{R})) \neq 0$ вершины $\mathfrak{R}$, лежащей на координатных осях

$$h_{\mathfrak{R}}(\xi) = \sum_{\nu \in \mathfrak{R}^0} |\xi|^\nu = \sum_{\nu \in \mathfrak{R}^0} |\xi_1|^{\nu_1} |\xi_2|^{\nu_2}.$$

Через B обозначим множество тех в.п. многоугольников $\mathfrak{R}$, для которых

$$\max\{\nu_1 \lambda_1 + \nu_2 \lambda_2, \nu \in \mathfrak{R}\} \leq 1 \quad \forall \lambda \in \Lambda(\mathfrak{R}).$$

Определение 1. Скажем, что многочлен Q $h_{\mathfrak{R}}$ ($\mathfrak{R} \in B$) слабее многочлена P (P $h_{\mathfrak{R}}$ сильнее Q) и запишем $Q \prec^{h_{\mathfrak{R}}} P$, если существует постоянная $c > 0$ – такая, что

$$\tilde{Q}(\xi, h_{\Re}(\xi)) \leq c \cdot \tilde{P}(\xi, h_{\Re}(\xi)) \quad \forall \xi \in R^2,$$

где для данного многочлена q и числа $t > 0$

$$\tilde{q}(\xi, t) \equiv \sqrt{\sum_{\alpha \in N_0^2} \left| \frac{\partial^{|\alpha|}}{\partial \xi_1^{\alpha_1} \partial \xi_2^{\alpha_2}} q(\xi) \right|^2} t^{2/|\alpha|}$$

Пусть, многочлен $P(\xi)$ с постоянными коэффициентами представлен в следующем виде

$$P(\xi) = \sum_{j=0}^m P_j(\xi), \quad (1)$$

где P_j однородный многочлен порядка j , $j = 0, \dots, m$ а m порядок многочлена P .

Определение 2. (см. [1]) Многочлен P , представленный в виде (1), называется гипеболическим (по Гордингу) относительно вектора $0 \neq r \in R^2$, если $P_m(r) \neq 0$, и существует число $c \in R$, для которого $P(\xi + itr) \neq 0$ $t < c$, $\xi \in R^2$.

Определение 3. (см. [2] или [3]). Скажем, что многочлен P , представленный в виде (1) $h_{\Re}(\Re \in B)$, гиперболичесен относительно вектора $0 \neq r \in R^2$, если $P_m(r) \neq 0$, и существует число $c \in R$, для которого $P(\xi + itr) \neq 0$ при $r < h_{\Re}(\xi)$, $\xi \in R^2$.

Пусть P – однородный многочлен

$$\sum(P) \equiv \left\{ \eta \in R^2, \eta_1^2 + \eta_2^2 = 1, P(\eta) = 0 \right\},$$

и

$$l_P(\eta) \equiv \min \left\{ \alpha_1 + \alpha_2, \frac{\partial^{|\alpha|}}{\partial \xi_1^{\alpha_1} \partial \xi_2^{\alpha_2}} P(\eta) \neq 0, \alpha \in N_0^2 \right\} \quad \eta \in R^2.$$

Получены следующие результаты:

Теорема 1. Пусть $\Re \in B$, P и Q – однородные многочлены соответственно порядка m и k . $Q \prec_{h_{\Re}} P$ тогда и только тогда, когда

$$m - l_P(\eta)(1 - \delta_o(\eta)) \geq k - l_Q(\eta)(1 - \delta_o(\eta)) \quad \forall \eta \in \sum(P)$$

где

$$\delta_o(\eta) \equiv \begin{cases} \rho_o(\mathfrak{R}) & \text{при } \eta \in \sum(P) \cap R_o^2 \\ \chi_1(\mathfrak{R}) & \text{при } \eta \in \sum(P), \eta_2 = 0 \\ \chi_2(\mathfrak{R}) & \text{при } \eta \in \sum(P), \eta_1 = 0. \end{cases}$$

Теорема 2. Пусть $\mathfrak{R} \in B$, P – однородный многочлен порядка m и $Q = \sum_{j=0}^k Q_j$ (Q_j – однородный многочлен порядка j). $Q \prec^{h_{\mathfrak{R}}} P$ тогда и только тогда, когда

$$m - l_P(\eta)(1 - \delta_o(\eta)) \geq \max_{0 \leq j \leq k} \{j - l_{Q_j}(\eta)(1 - \delta_o(\eta))\} \quad \forall \eta \in \sum(P).$$

Для в.п. многоугольника $\mathfrak{R} \in B$, через $B(\mathfrak{R})$ обозначим множество тех $M \in B$, для которых

$$\rho_o(M) = \rho_o(\mathfrak{R}), \quad \chi_j(M) = \chi_j(\mathfrak{R}) \quad j = 1, 2.$$

Теорема 3. При условиях теоремы 2 $Q \prec^{h_{\mathfrak{R}}} P$ тогда и только тогда, когда $Q \prec^{h_M} P$ для любого $M \in B(\mathfrak{R})$.

Теорема 4. Если при условиях теоремы 2 $m > k$ и P гиперболичен по Гордингу относительно вектора $0 \neq r \in R^2$, то многочлен $P + Q$ h_M гиперболичен для любого $M \in B(\mathfrak{R})$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Хермандер Л., Анализ линейных дифференциальных операторов с частными производными. М.: Мир: Т. 2, 1986.
2. Казарян. Г.Г., Маргарян В.Н., О многочленах гиперболических с весом»: Принято в печать Изв. НАН Арм.
3. Calvo D., Multianisotropic Gevrey Classes and Cauchy Problem: Ph.D. Thesis, Pisa, Italy. 2000.

ИНФОРМАТИКА

ОБ n -ПОДГРУППАХ СВОБОДНЫХ ПРОИЗВЕДЕНИЙ

А.Л. Геворгян, А.Е. Григорян

amirjan.gevorgian@googlemail.com, ag89.08@mail.ru

АННОТАЦИЯ

В данной статье доказана единственность n -подгрупп в простых n -произведениях групп без инволюций для всех нечетных $n \geq 665$.

Ключевые слова: периодическое произведение, периодическая группа, операции над группами.

1. Введение

Понятие n -периодического произведения периода n для данного семейства групп $G_\alpha, \alpha \in I$ обозначается через $\Pi_{\alpha \in I}^n G_\alpha$. Это произведение было введено С.И. Адяном в работе [1] (см. также [2]). Тем самым, была решена известная проблема А.И. Мальцева о существовании операции умножения групп, отличной от классических операций свободного и прямого произведений и удовлетворяющей всем известным свойствам этих операций, включая и, так называемое, свойство наследственности по подгруппам. Последнее свойство в связи с этой проблемой Мальцева получило название «постулат Мальцева».

Периодическое произведение данного периода n или n -периодическое произведение данного семейства групп $G_\alpha, \alpha \in I$ определяется для каждого нечетного $n \geq 665$ на основе теории Новикова-Адяна, подробно изложенной в монографии [3]. Эта группа $\Pi_{\alpha \in I}^n G_\alpha$ определяется на классе всех групп и является фактор группой свободного произведения данного семейства групп $G_\alpha, \alpha \in I$ по специально выбранной системе определяющих соотношений вида $A^n = 1$.

Эти операции умножения обладают основными свойствами классических операций свободного и прямого произведения групп: они являются точными, ассоциативными и наследственными по подгруппам. Последнее свойство означает, что для любых подгрупп H_i , лежащих в множителях G_i n -периодического произведения $\Pi_{\alpha \in I}^n G_\alpha$ семейства групп $G_\alpha, \alpha \in I$, их тождественные вложения $H_i \rightarrow G_i$ продолжают до вложения n -периодического произведения $\Pi_{\alpha \in I}^n H_\alpha$ семейства подгрупп $H_\alpha, \alpha \in I$ в n -периодическое произведение $\Pi_{\alpha \in I}^n G_\alpha$. Таким образом, подгруппы компонент порождают в $\Pi_{\alpha \in I}^n G_\alpha$ свое n -периодическое произведение.

Впоследствии оказалось, что n -произведения обладают и многими другими важными свойствами групп. Отметим, в частности, результат работы [4], где

доказано что «почти все n - периодические произведения являются хопфовыми группами», т.е. группами, всякие сюръективные эндоморфизмы которых являются их автоморфизмами.

В работе [1] были доказаны следующие ключевые свойства n -периодического произведения: 1) каждое n -периодическое произведение данного семейства групп $G_\alpha, \alpha \in I$ является фактором группы свободного произведения $F = \prod_{\alpha \in I}^* G_\alpha$ по некоторой нормальной подгруппе L , которая является нормальным замыканием некоторых слов вида $A^n, A \in F$, 2) $G_\alpha \cap L = \{1\}$ для всех $\alpha \in I$, 3) для всякого слова $X \in F$ или $X^n = 1$ в фактор группе F/L , или X сопряжен в F/L некоторому элементу из $G_\alpha \subset F/L$ для некоторого $\alpha \in I$.

В работе [5] А.Ю. Олшанский ввел операции $\bar{n}$ -периодических произведений на класс всех групп, где $n \geq 10^{10}$, которые так же, как и операции в [1], обладают всеми основными свойствами классических операций. В [5] доказано (см. также [6]), что

1. каждое $\bar{n}$ -периодическое произведение данного семейства групп $G_\alpha, \alpha \in I$ есть фактор группы свободного произведения $F = \prod_{\alpha \in I}^* G_\alpha$ по некоторой нормальной подгруппе L , которая является нормальным замыканием некоторых слов вида $A^n, A \in F$.

2. $G_\alpha \cap L = \{1\}$ для всех $\alpha \in I$,

3. для всякого слова $X \in F$ или $X^n = 1$ в фактор-группе F/L или X сопряжен с F/L некоторым элементом из $G_\alpha \subset F/L$ для некоторого $\alpha \in I$, или X сопряжен в F/L элементу X^{-1} .

Позднее, в работе [7] С.В. Иванов доказал, что подгруппа L свободного произведения $F = \prod_{\alpha \in I}^* G_\alpha$ фактор-группа которой обладает выше указанными свойствами 1., 2., 3. $\bar{n}$ -периодического произведения, определяется однозначно. Следуя [7], подгруппу L свободного произведения $F = \prod_{\alpha \in I}^* G_\alpha$ назовем n -подгруппой, если она удовлетворяет условиям:

1. L является нормальным замыканием некоторых слов вида $A^n, A \in F$;

2. $G_\alpha \cap L = \{1\}$ для всех $\alpha \in I$;

3. для всякого слова $X \in F$ или $X^n = 1$ в фактор-группе F/L , или X сопряжен с F/L некоторым элементом из $G_\alpha \subset F/L$ для некоторого $\alpha \in I$.

Согласно теореме 7 работы [1], всякое свободное произведение $F = \prod_{\alpha \in I}^* G_\alpha$ семейства групп без инволюций (т.е. групп, не содержащих элементов порядка 2) обладает n -подгруппой. Нашей целью является доказательство следующей теоремы:

Теорема. Пусть $n \geq 665$ произвольное нечетное число, а множители $G_\alpha, \alpha \in I$ свободного произведения $F = \prod_{\alpha \in I}^* G_\alpha$ не содержат инволюций и удовлетворяют условиям $G_\alpha^n = G_\alpha$ для всех $\alpha \in I$. Тогда F содержит единственную n -подгруппу.

2. Доказательство основного результата.

Как показано в работе [1], если $\prod_{\alpha \in I}^n G_\alpha = F/L$ является n -периодическим

произведением семейства групп $G_\alpha, \alpha \in I$, то подгруппа L является n -подгруппой в F , то есть L обладает свойствами 1 – 3 из определения. Докажем единственность L .

Фиксируем некоторую n -подгруппу L в F . Построим следующую вспомогательную группу G . Через W обозначим подмножество слов из условия 1, т.е. множество тех слов из условия 1, которые имеют вид A^n для какого-либо слова, нормальное замыкание которых совпадает с заданной подгруппой L . Через V обозначим множество всех тех слов $D \in F$, для которых D^n принадлежит множеству W .

Далее проведем классификацию всех слов свободного произведения F по той схеме, по которой определяется n -периодическое произведение. При доказательстве теоремы 1 мы будем пользоваться обозначениями и системой ссылок, принятой в работе [1]. Здесь мы построим аналогичную систему понятий, начиная с заданного множества слов V . Отметим, что такой подход классификации слов, когда множество слов V конечно, был применен в работе [8].

Для ранга 0 все понятия остаются без изменений. В частности, все несократимые слова называются, приведенными в ранге 0. Все периодические слова теперь будем делить на два типа – первый и второй. Периодическими словами ранга 1 первого типа будем считать слова из W и их достаточно длинные под-слова, все остальные периодические слова будем считать периодическими словами ранга 1 второго типа. Согласно определению I.4.10 из [1], среди всех слов мы выделим все элементарные периоды ранга 1 первого типа относительно множества периодических слов из W . Это будут те периоды A 1-ого типа, для которых в слово A^3 не входит никакое подслово E длины $l(E) > 8l(A)$ периодического слова вида A^n . Такие слова E в [3] называются 9-степенями (или p -степенями). Затем, как в [3], мы введем повороты ранга 1 для всех периодических слов из W , периоды которых элементарны в ранге 1, причем – первого типа. Эти повороты будут иметь обычную форму $XA^tA_1Q \rightarrow P(A^{-1})^{n-t-1}A_2Q$, где A или A^{-1} есть элементарный период ранга 1 первого типа или некоторый его циклический сдвиг, $A = A_1A_2$, слова X и Y , несократимы и слова A^tA_1 и $(A-1)^{n-t-1}A_2$ содержат не менее $p = 9$ участков, т.е. являются p -степенями. Напомним, что каждая буква по определению является ядром ранга 0, и всякое вхождение элементарного слова ранга 1 в несократимое слово нормализовано по определению. Естественным образом мы определяем реальные повороты ранга 1. На базе реальных поворотов определяется понятие ядра ранга 1. Далее, согласно I.4.26 из [3], мы определяем множества R_1, K_1, L_1, M_1 , отношение эквивалентности ранга 1, а также все остальные понятия ранга 1. Легко проверить, что доказательства всех необходимых свойств, введенных нами понятий ранга 1, проходят без изменений. Новым является только ограничение класса элементарных слов теми элементарными словами ранга 1, которые получены, согласно новым определениям на базе периодических слов множества W .

Далее мы используем все понятия и обозначения из книги [3] с указанным

ограничением без особого упоминания об этом. Условие нечетности всех экспонент n в поворотах необходимо для выполнения леммы IV.2.36 из [3] и всех основанных на ней утверждений.

Обозначим через G_1 – группу, задаваемую порождающим множеством, состоящими из всех элементов группы F и всеми определяющими соотношениями вида $A^n = 1$, в которых A есть элементарный период ранга 1 в новом смысле. Отныне класс элементарных периодов ранга 1 и определяющих соотношений группы G_1 меняться не будет. Остальные соотношения из W мы классифицируем в следующих рангах. Каждое из них будет связано с некоторым элементарным периодом некоторого ранга > 1 . Аналогично лемме VI.2.8 из [3], мы можем доказать, что для любых слов $X, Y \in R_1$ выполнено следующее соотношение: $X = Y$ в группе G_1 эквивалентно $X \sim^1 Y$. Как и в VI.2.4 из [3], для любого слова X можно найти такое слово $Y \in R_1$, что $X = Y$ в группе G_1 . В силу IV.3.12 из [3], такое слово Y можно найти также во множестве M_1 .

Продолжая указанную классификацию, индукцией по i , обозначим через G_i группу, полученную в результате добавления к соотношениям группы G_{i-1} всех соотношений вида $A^n = 1$ для элементарных периодов ранга $i - 1$ первого типа.

Рассмотрим полученную таким образом в пределе группу G , т.е. группу, которая получается из F путем добавления определяющих соотношений всех групп G_i . По построению группы G , если $D^n \in W$, то $D^n = 1$ в G . Отсюда следует, что построенная нами группа G является фактор-группой группы F/L . Поэтому она удовлетворяет условию 3, т.е. для всякого слова $X \in F$ или $X^n = 1$ в G , или X сопряжен с G некоторым элементом образа одного из G_α для некоторого $\alpha \in I$.

С другой стороны, согласно теореме VI.1.2 из [3], любой элемент группы G сопряжен со степенью некоторого элементарного периода. При этом, если порядок некоторого элементарного периода не равен n , то он будет иметь бесконечный порядок. Получается противоречие с условием 3. Итак, все элементарные периоды имеют порядок n . Нетрудно убедиться, что группы $G_\alpha, \alpha \in I$ вкладываются в группу G . Отсюда следует, что группа G также является фактор группой n -периодического произведения. Теперь воспользуемся условием, что $G_\alpha^n = G_\alpha$ для всех $\alpha \in I$. Согласно критерию простоты, доказанной в работе [9], система условий $G_\alpha^n = G_\alpha$ для всех $\alpha \in I$ эквивалентна простоте n -периодического произведения групп $G_\alpha, \alpha \in I$. Это означает, что n -периодическое произведение совпадает с группой G . Теорема доказана.

ЛИТЕРАТУРА

1. Адян С.И., Периодические произведения групп // Теория чисел, математический анализ и их приложения, Сборник статей. Посвящается академику Ивану Матвеевичу Виноградову к его восьмидесятипятилетию, Тр. МИАН СССР: Т. 142. СС. 3–21, 1976.
2. Адян С.И., Еще раз о периодических произведениях групп и проблеме А.И. Мальцева // Матем. Заметки: Т. 88, 6. СС. 803–810, 2010.
3. Адян С.И., Проблема Бернсайда и тождества в группах. М.: Наука, 335с., 1975.
4. Адян С.И., Атабекян В.С., О хопфовости n -периодических произведений групп. Матем. Заметки: Т. 95, № 4. СС. 483–491, 2014.
5. Ольшанский А.Ю., Проблема А. И. Мальцева об операциях над группами // Тр. сем. им. И.Г. Петровского, 14: Изд-во Моск. ун-та, М. СС. 225–249, 1989.
6. Ольшанский А.Ю., Геометрия определяющих соотношений в группах. М.: Наука, 448с., 1989.
7. Ivanov S.V. On periodic products of groups // Internat. J. Algebra Comput., v. 5, n. 1. PP. 7–17, 1995.
8. Адян С.И., Группы с периодическими определяющими соотношениями // Матем. заметки: Т. 83, № 3. СС. 323–332, 2008.
9. Адян С.И., О простоте периодических произведений групп // Докл. АН СССР. Т. 241, № 4. СС. 745–748, 1978.

О ГРУППОВЫХ КОЛЬЦАХ ГРУПП С ПЕРИОДИЧЕСКИМИ ОПРЕДЕЛЯЮЩИМИ СООТНОШЕНИЯМИ

А.Е. Григорян, М.Р. Карапетян, А.С. Пайлеванян

ag89.08@mail.ru, marinaqsg@gmail.com, apahlevanyan@ysu.am

АННОТАЦИЯ

В статье вводится и обсуждается понятие пар нетривиальных делителей нуля в целочисленных групповых кольцах групп. Полученное ранее положительное решение Иванова и Михайлова о существовании нетривиальных пар делителей нуля в групповых кольцах свободных бернсайдовых групп для достаточно больших нечетных периодов ($n > 10^{10}$) распространяется на все нечетные периоды $n \geq 665$.

1. Введение

Для данной группы G обозначим через $\mathbb{Z}[G]$ групповое кольцо группы G над кольцом целых чисел. Если $h \in G$ является элементом конечного порядка $n > 1$ и $X, Y \in \mathbb{Z}[G]$, то в групповом кольце $\mathbb{Z}[G]$ имеем следующие равенства:

$$\begin{aligned} X(1 - h) \cdot (1 + h + \dots + h^{n-1})Y &= 0, \\ X(1 + h + \dots + h^{n-1}) \cdot (1 - h)Y &= 0. \end{aligned}$$

Следовательно, $X(1 - h)$ и $(1 + h + \dots + h^{n-1})Y$, $X(1 + h + \dots + h^{n-1})$ и $(1 - h)Y$ левые и правые делители нуля в групповом кольце $\mathbb{Z}[G]$ (если ни один из них не равен 0), которых мы называем тривиальной парой делителей нуля, связанных с данным элементом $h \in G$ конечного порядка n .

Таким образом, пара $A, B \in \mathbb{Z}[G]$, где $AB = 0$ и $A, B \neq 0$, является тривиальной парой делителей нуля в $\mathbb{Z}[G]$, если найдутся такие элементы $X, Y \in \mathbb{Z}[G]$ и элемент $h \in G$ конечного порядка $n > 1$, что либо $A = X(1 - h)$ и $B = (1 + h + \dots + h^{n-1})Y$, либо $A = X(1 + h + \dots + h^{n-1})$ и $B = (1 - h)Y$.

Элемент $A \in \mathbb{Z}[G]$ называется нетривиальным левым (правым) делителем нуля, если A есть левый (соответственно, правый) делитель нуля и для любого элемента $B \in \mathbb{Z}[G]$ такого, что $B \neq 0$ и $AB = 0$, пара A, B не является тривиальной парой делителей нуля.

Напоминаем, что группа G называется группой без кручения, если все ее нетривиальные элементы имеют бесконечный порядок. Известная гипотеза Капланского о делителях нуля утверждает, что для любой группы G без кручения, ее целочисленное групповое кольцо $\mathbb{Z}[G]$ (или, более обще, ее групповая алгебра $\mathbb{F}[G]$ над полем $\mathbb{F}$) не содержит делителей нуля.

Следует отметить, что когда G является циклической группой, тогда каждая пара делителей нуля в $\mathbb{Z}[G]$ является тривиальной парой. Однако, если G является периодической группой, то существование нетривиальных пар делителей ну-

ля в $\mathbb{Z}[G]$ не очевидно.

Пусть, $B(m, n)$ – свободная бернсайдова группа ранга m и порядка n , то есть $B(m, n)$ является фактор группой F_m/F_m^n свободной группы F_m ранга m по характеристической подгруппе F_m^n . С.В. Иванов поставил вопрос [см. [1], задача 11.36.д]: Пусть $m \geq 2$ и $n \gg 1$ нечетно. Верно ли, что каждая пара делителей нуля в $\mathbb{Z}[B(m, n)]$ тривиальна, т.е. если $AB = 0$ в $\mathbb{Z}[B(m, n)]$, то $A = XC$, $B = DY$, где $X, Y, C, D \in \mathbb{Z}[B(m, n)]$ такие, что $CD = 0$ и множество $\text{supp}(C) \cup \text{supp}(D)$ содержится в циклической подгруппе группы $B(m, n)$?

Недавно С.В. Иванов и Р. Михайлов в [2] дали отрицательный ответ на этот вопрос, построив нетривиальные пары делителей нуля в $\mathbb{Z}[B(m, n)]$ для всех нечетных периодов $n > 10^{10}$.

Небольшая модификация, приведенного в [2] доказательства, позволяет значительно снизить границу показателей n , для которых вопрос решается отрицательно. Справедлива следующая теорема.

Теорема. Пусть, $B(m, n)$ – свободная бернсайдова группа ранга $m \geq 2$, $n \geq 665$ – произвольное нечетное число и a_1, a_2 – свободные порождающие группы $B(m, n)$. Обозначим $c = a_1 a_2 a_1^{-1} a_2^{-1}$ и пусть $A = (1 + c + \dots + c^{n-1} - 1)$, $B = (1 - a_1 + a_2 + \dots + a_2^{n-1} - 1)$. Тогда $AB = 0$ в $\mathbb{Z}[B(m, n)]$ и пара A, B является нетривиальной парой делителей нуля в целочисленном групповом кольце $\mathbb{Z}[B(m, n)]$ группы $B(m, n)$.

2. Доказательство теоремы.

Напомним, что подгруппа K группы G называется *антинормальной*, если для каждого элемента $g \in G \setminus K$ имеет место равенство $gKg^{-1} \cap K = \{1\}$. Приведем следующую ключевую лемму, которая доказана в работе [2].

Лемма 1 (см.: лемма 2 работы [2]). Предположим, что G является группой, $a, b \in G$, $d = aba^{-1}$, элементы $c = aba^{-1}b^{-1}$ и b имеют порядок $n > 1$, циклические подгруппы $\langle c \rangle$, $\langle ab^i \rangle$ являются нетривиальными антинормальными подгруппами и $d \notin \langle c \rangle$, $c^j d \notin \langle ab^i \rangle$ для всех $i, j \in \{0, 1, \dots, n-1\}$. Тогда невозможны равенства вида

$$(1 + c + \dots + c^{n-1})(1 - d) = XC, \quad (1)$$

$$(1 - a)(1 + b + \dots + b^{n-1}) = DY, \quad (2)$$

где $X, Y \in \mathbb{Z}[G]$, $C, D \in \mathbb{Z}[H]$, H является циклической подгруппой в G , и $CD = 0$.

Доказательство Теоремы. Доказательство теоремы проводится по той же схеме, что и в работе [2]. Пусть, $F_m = \langle x_1, x_2, \dots, x_m \rangle$ – свободная группа ранга m со свободными порождающими $x_1, x_2, \dots, x_m$ и $B(m, n) = F_m/F_m^n$ есть свободная m -порожденная бернсайдова группа периода n . Здесь F_m^n является подгруппой, порожденной n -ыми степенями всех элементов из F_m .

Пусть, $a_1, a_2, \dots, a_m$ – свободные порождающие группы $B(m, n)$, где a_i есть образ b_i , $i = 1, \dots, m$, относительно естественного гомоморфизма $F_m \rightarrow B(m, n) =$

F_m/F_m^n .

Из определения относительно свободной группы $B(m, n)$ следует, что если $G = \langle g_1, g_2 \rangle$ порождается элементами g_1, g_2 и G имеет показатель n , т.е. $G^n = \{1\}$, то G является гомоморфным образом группы $B(m, n)$ для всех $m \geq 2$.

Поскольку слова $[x_1, x_2] = x_1 x_2 x_1^{-1} x_2^{-1}$, x_2 , $x_1 x_2^i$ для всех $i = 0, \dots, n-1$ являются элементарными периодами ранга 1 (определение элементарного периода см. в [3], гл. I, пункт 4.10), то элементы $[a_1, a_2] = a_1 a_2 a_1^{-1} a_2^{-1}$, a_2 , $a_1 a_2^i$, $i = 0, \dots, n-1$, имеют порядок n в группе $B(m, n)$ для всех $m \geq 2$.

Кроме того, мы имеем, что $a_1 a_2 a_1^{-1} \notin \langle [a_1, a_2] \rangle$, поскольку, в обратном случае, после абелизации мы явным образом получили бы противоречие. По той же причине выполнены также условия $[a_1, a_2]^j a_1 a_2 a_1^{-1} \notin \langle a_1 a_2^i \rangle$ в $B(m, n)$ для всех $i, j \in \{0, \dots, n-1\}$.

Докажем, что каждая максимальная циклическая подгруппа группы $B(m, n)$ является антинормальной в $B(m, n)$ для всех нечетных $n \geq 665$. Пусть, пересечение $\langle a \rangle \cap \langle x a x^{-1} \rangle$ циклических подгрупп $\langle a \rangle$ и $\langle x a x^{-1} \rangle$ есть нетривиальная подгруппа, т.е. $\langle a \rangle \cap \langle x a x^{-1} \rangle \neq \{1\}$, где $x \notin \langle a \rangle$. Это означает, что элемент x нормализует некоторую нетривиальную циклическую подгруппу, порожденную некоторой степенью элемента a . Отсюда немедленно следует, что подгруппа, порожденная элементами x и a , является конечной подгруппой группы $B(m, n)$. По известной теореме С.И. Адяна (см. теорему: VII.1.8 работы [3]), все конечные подгруппы группы $B(m, n)$ – циклические группы. Значит элементы x и a лежат в одной циклической подгруппе группы $B(m, n)$. Так как подгруппа, порожденная элементом a , является максимальной подгруппой порядка n , то мы получаем противоречие с условием $x \notin \langle a \rangle$. Антинормальность максимальных циклических подгрупп группы $B(m, n)$ доказана.

Циклические подгруппы $\langle [a_1, a_2] \rangle$ и $\langle a_1 a_2^i \rangle$ имеют порядок n в группе $B(m, n)$ для всех $i = 0, \dots, n-1$, поскольку они порождаются образами элементарных периодов ранга 1. Из того, что группа $B(m, n)$ имеет показатель n (т.е. все элементы из $B(m, n)$ в n -ой степени равны единице) следует, что подгруппы $\langle [a_1, a_2] \rangle$, $\langle a_1 a_2^i \rangle$, $i = 0, \dots, n-1$, являются максимальными циклическими подгруппами.

Следовательно, в силу вышедшего доказательства утверждения об антинормальности максимальных подгрупп, эти подгруппы – антинормальны. Таким образом, мы видим, что все условия леммы 1 выполняются для элементов $a = a_1$, $b = a_2$, $c = [a_1, a_2]$, $d = a_1 a_2 a_1^{-1}$ группы $B(m, n)$.

Применив лемму 1, заключаем, что равенства вида (1) и (2) невозможны. Кроме того, легко видеть, что

$$(1 + c + \dots + c^{n-1})(1 - d) \neq 0,$$

потому что $c^i d \neq 1, i = 0, \dots, n-1$, и

$$(1 - a)(1 + b + \dots + b^{n-1}) \neq 0,$$

потому что $ab^j \neq 1, j = 0, \dots, n-1$.

Наконец, повторяя рассуждения из [2], покажем, что

$$(1 + c + \dots + c^{n-1})(1 - d)(1 - a)(1 + b + \dots + b^{n-1}) = 0.$$

Заметим, что $d = cb$ и $da = ab$.

Следовательно, предполагая, что $i_1, j_1, \dots, i_4, j_4$ – произвольные целые числа, которые меняются в пределах $[0, n - 1]$, имеем

$$\begin{aligned} & (1 + c + \dots + c^{n-1})(1 - d)(1 - a)(1 + b + \dots + b^{n-1}) = \\ & = \left(\sum_{i_1} c^{i_1} - \sum_{i_2} c^{i_2} d - \sum_{i_3} c^{i_3} a + \sum_{i_4} c^{i_4} da \right) \left(\sum_{j_1} b^{j_1} \right) = \\ & = \left(\sum_{i_1} c^{i_1} - \sum_{i_3} c^{i_2} cb - \sum_{i_3} c^{i_3} a + \sum_{i_4} c^{i_4} ab \right) \left(\sum_{j_1} b^{j_1} \right) = \\ & = \sum_{i_1, j_1} c^{i_1} b^{j_1} - \sum_{i_2, j_2} c^{i_2+1} b^{j_2+1} - \sum_{i_3, j_3} c^{i_3} a b^{j_3} + \sum_{i_4, j_4} c^{i_4} ab^{j_4+1} = 0. \end{aligned}$$

Таким образом, $(1 + c + \dots + c^{n-1})(1 - d)$ и $(1 - a)(1 + b + \dots + b^{n-1})$ является парой делителей нуля в групповом кольце $\mathbb{Z}[B(m, n)]$, которая не является тривиальной парой в силу леммы 1. Теорема доказана.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Kourovka Notebook*: Unsolved problems in group theory, Novosibirsk, 11th Ed. P. 124, 1990.
2. *Ivanov S.V., Mikhailov R.*, On Zero-divisors in Group Rings of Groups with Torsion // Canadian Mathematical Bulletin, v. 45, n. 6. PP. 63–71, 2012.
3. *Адян С.И.*, Проблема Бернсайда и тождества в группах. М.: Наука, 335с., 1975.

ԹՎԱՅԻՆ ԿԱՊԻ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐԻ ԳԾԱՅԻՆ ԿՈՂԵՐԻ ՍՈՐԵԼԱՎՈՐՈՒՄ

Հ. Ա. Գոմցյան, Բ. Ա. Քառյան

rygrig@seua.am, bagrat.karyan@gmail.com

ՀԱՄԱՌՈՏԱԳԻՐ

Ժամանակակից կապի թվային համակարգերում օգտագործվող հաղորդման կոդերի բնութագրերի հետազոտումն իրական ժամանակում իր ուրույն դերն ունի բացահայտելու նրանց առանձնահատկությունները՝ առավելությունները և թերությունները, հետագայում թվային կապի համակարգերում ավելի օպտիմալ կերպով օգտագործելու համար:

Հիմնաբառեր. հաղորդման կոդեր, Ֆուրյեյի Արագ Ձևափոխություն (ՖԱՁ), սպեկտր:

1. Ներածություն

Ժամանակակից կապի թվային համակարգերում օգտագործվում են ազդանշանների կոդավորման մի քանի աստիճաններ, ընդ որում վերջի աստիճանում կատարվում է թվային ազդանշանի պարամետրերի համաձայնեցումը կապի գծերի հետ: Այդ աստիճանում թվային ազդանշանը ձևափոխվում է հաղորդման կոդերի:

Աշխատանքի հիմնական նպատակն է՝ հետազոտել NRZ, RZ, Manchester և AMI հաղորդման կոդերի բնութագրերը, բացահայտել նրանց առանձնահատկությունները՝ առավելությունները և թերությունները, թվային կապի համակարգերում օգտագործման համար:

2. Աշխատանքի հիմնական բովանդակությունը

2.1 Խնդրի դրվածքը, ձևակերպումը և լուծման եղանակը

Ներկայումս հաղորդման կոդերը լայնորեն ուսումնասիրված են տարբեր հեղինակների կողմից [1-6]: Սակայն բացակայում են հետազոտություններ կապված իրական ժամանակում ձայնային ազդանշանների կոդավորման եղանակների պարամետրերի համեմատության վերաբերյալ: Հետևաբար աշխատանքում հետազոտության համար ընտրված և ուսումնասիրված են լայն տարածված 4 վերոհիշյալ կոդավորման մեթոդները:

Աշխատանքում դրված է խնդիր ուսումնասիրել վերոհիշյալ հաղորդման կոդերի սպեկտրները, ինչպես նաև իրենց առանձնահատկությունները և համեմատել միմյանց հետ:

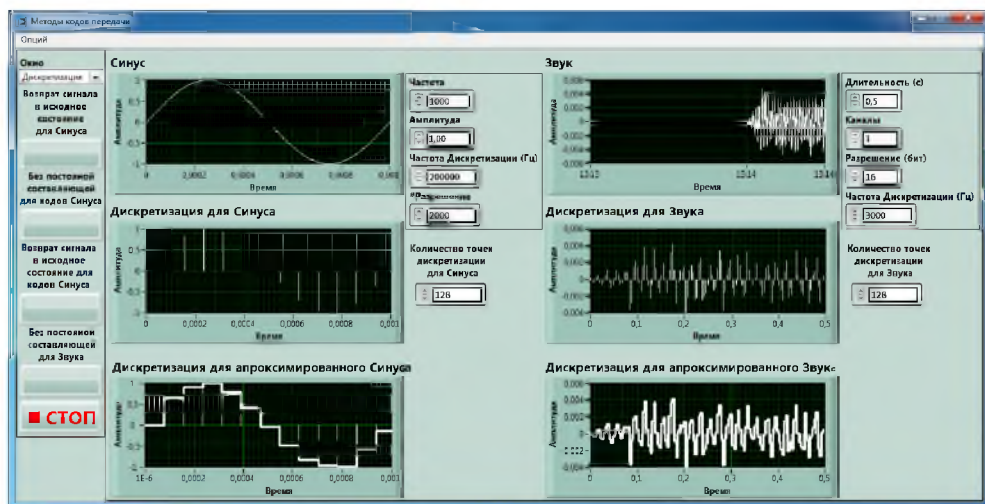
Խնդրի լուծման համար LabVIEW-ի միջոցով գրված է ծրագիր, որը միաժամանակ, ավտոմատ կերպով գեներացնում է ինչպես սինուսոիդալ, այնպես էլ ձայնային ազդանշանները իրական ժամանակում՝ վերափոխելով թվային կոմբինացիաների:

Սինուսոիդալ ազդանշանը դիսկրետիզացվում է կամայական կետերի քանակությամբ, հետո ձևափոխվում է թվային կոմբինացիայի, իսկ մյուս քայլով փոխակերպվում է NRZ, RZ, Manchester և AMI հաղորդման կոդերի: Այնուհետև թվային կոմբինացիաները ենթարկվում են Ֆուրյեյի Արագ Ձևափոխության (FUD-FFT), որպեսզի համեմատվեն իրենց սպեկտրները և պարզվի թե, որ հաղորդման կոդի դեպքում գոյություն ունի հաստատուն բաղադրիչ:

Նույն ձևով տեղի է ունենում կամայական ձայնային ազդանշանի հետազոտությունը իրական ժամանակում:

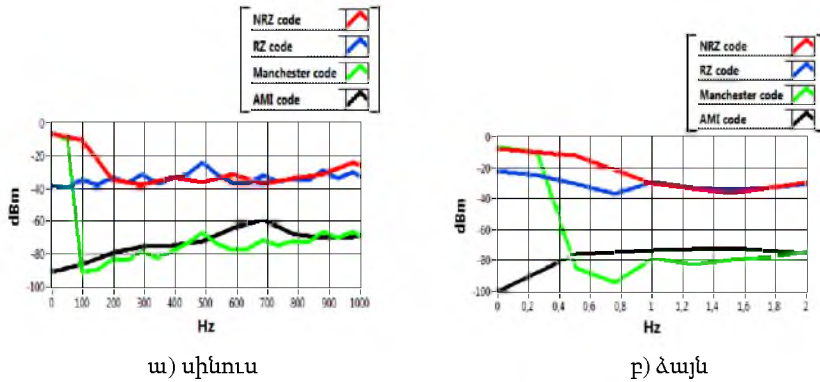
2.2 Ստացված արդյունքները

Նկ.1-ում բերված է LabVIEW ծրագրի միջոցով վերոհիշյալ կոդերի հետազոտման համար մշակված ծրագրի աշխատանքային գլխավոր պատուհանի տեսքը: Տվյալ ծրագրի միջոցով իրական ժամանակում տեստավորվել են սինուսոիդալ և ձայնային ազդանշանները:



Նկ. 1. LabVIEW ծրագրի գլխավոր պատուհանի տեսքը

Ծրագրից ստացված արդյունքները պատկերված են Նկ. 2-ում: Այստեղից ակնհայտ երևում է, որ NRZ և Manchester հաղորդման կոդերը ունեն հաստատուն բաղադրիչ, իսկ մյուս հաղորդման կոդերը՝ RZ և AMI, չունեն հաստատուն բաղադրիչ:



Նկ.2. Հաղորդման կոդերի սպեկտրները

Լրացուցիչ հետազոտությունները ցույց են տվել, որ այդ կոդերը ունեն տարբեր ինքնասինխրոնիզացման հատկություններ [7]:

Եզրակացություն

Ուսումնասիրությունները ցույց տվեցին, որ RZ և AMI կոդերը հաստատուն բաղադրիչներ չեն պարունակում՝ ի տարբերության NRZ և Manchester կոդերի:

NRZ կոդը, ի տարբերություն մնացած հաղորդման կոդերի, հեշտ է իրականացվում, բայց չունի ինքնասինխրոնիզացման հնարավորություն, որի հետևանքով գրեթե չի օգտագործվում:

Manchester կոդային մեթոդում, ի տարբերություն NRZ կոդի, ինքնասինխրոնիզացման խնդիրը լուծված է, բայց այս կոդային մեթոդի համար անհրաժեշտ է 2 անգամ լայն սպեկտր, հետևաբար անհրաժեշտ է կրկնակի մեծ արագություն՝ ազդանշանը հաղորդելու համար:

RZ կոդային մեթոդը համարվում է ամենապարզ եռամակարդակ կոդը՝ ի տարբերություն մյուս եռամակարդակ կոդերի: RZ կոդի թերությունը կայանում է նրանում, որ տվյալների փոխանցման արագությունը վերնից սահմանափակված է:

AMI կոդային մեթոդը ունի լավ սինխրոնիզացման հատկություն, երբ կապուղով հաղորդում ենք 1-երի երկար հաջորդականություն, ինչպես նաև սպեկտրը նեղ շերտով է ստացվում: Կոդային մեթոդի թերությունը կայանում է տվյալների հոսքում 0-ների հաջորդականության սահմանափակման մեջ, քանի որ 0-ների շարունակական հաջորդականությունը բերում է սինխրոնիզացիայի կորստի:

Առաջարկությունները

Կատարված հետազոտությունները և ծրագիրը հետագայում կարելի է օգտագործել նաև մյուս տարատեսակ հաղորդման կոդերի ուսումնասիրության համար:

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. Былянки П., Ингрем. Д., Цифровые системы передачи: Пер. с англ. / Под ред. А.А. Визеля. М.: Связь, 1980.
2. Боккер П., Передача данных: Т. 1. Основы: Пер. с нем. / Под ред. Д.Д. Кловского. М.: Связь, 1980.
3. Левин Л.С., Плоткин М.А., Цифровые системы передачи. М.: Радио и связь, 1982.
4. Ситняковский И.В., Порохов О.Н., Нехаев А.Л., Цифровые системы передачи абонентских линий. М.: Радио и связь, 1987.
5. Багдасарян. О.В., Гомцян. О.А., Мегаворян. Д.М., Кодирование линейных сигналов цифровых волоконно-оптических систем связи. Известия НАН Армении и ГИУА: сер. ТН, Т. LI, № 2. СС. 216–221, 1998.
6. Крухмалев В.В., Гордиенко В.Н., Моченов А.Д., Цифровые системы передачи. М.: Связь, 2007.
7. Քաղյան Բ Ա., Հաղորդման կոդերի հետազոտումը թվային կապի համակարգերի համար: Մագիստրոսական ատենախոսություն: Եր.: ՀՊՃՀ, 2013:

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛИНЕЙНЫХ КОДОВ ЦИФРОВЫХ СИСТЕМЫ СВЯЗИ

АННОТАЦИЯ

Исследование характеристик кодов передачи современных цифровых систем связи в режиме реального времени имеет важное значение для выявления их особенностей, преимуществ и недостатков, что позволит в дальнейшем более оптимально использовать цифровые системы связи.

MODELING LINEAR CODES DIGITAL COMMUNICATION SYSTEMS

SUMMARY

Research of characteristics of transfer codes in modern digital communication systems in real time is important for detection of their features, advantages and disadvantages that will allow to use digital communication systems more optimal in future.

РАСПОЗНАВАНИЕ ОБРАЗОВ НА ОСНОВЕ КЛАСТЕРИЗАЦИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ

С.Р. Вартанов

svartanov@mail.ru

АННОТАЦИЯ

В статье представлены математические основания к решению задач распознавания образов на основе кластеризации изображений. Описаны принципы структурного представления изображений, уподобления фрагментов изображений и схемы решения задач, сопоставления изображений, обучения и распознавания.

Ключевые слова: кластеризация, сопоставление изображений, распознавание образов.

1. Введение

Задачи распознавания образов стали актуальными едва ли не с момента формирования таких областей науки, как кибернетика и вычислительная техника. В первую очередь, были осуществлены попытки моделирования систем восприятия внешней информации, а следом – «узнавания» известных объектов. Первые работы были заложены нейрофизиологами: У. Мак-Каллоком в сотрудничестве с логиком У. Питтсом, в публикации 1943г. – авторами математической модели нейрона и нейронной сети и Ф. Розенблаттом – автором концепции перцептронов (многослойных нейронных сетей). В последующем были разработаны многочисленные математические модели представления информации, образов и методов их распознавания. При этом, единого понимания категории образа сформировано не было: к информации и образам относятся текстовая информация, звуковые сигналы, изображения и др., при этом, применяются различные математические модели представления для каждого вида информации. Особо разнообразны подходы в области представления и распознавания графической (визуальной) информации и образов. Достаточно подробный обзор и анализ этих подходов дан в [1].

В данной работе предложен новый способ структуризации изображений и формирования понятия образа и методов выявления его на изображении. Структуризация изображений основывается на кластеризации – представлении изображений в виде связанных областей (параллельный алгоритм выделения связанных областей был представлен в [2]). Вводя числовые характеристики связанных областей, были определены теоретико-множественные и матричные формы задания структуры изображения. Сопоставление изображений сведено к выявлению теоретико-множественных отношений их структур, в связи с чем введена система подобий изображений и их фрагментов. Как следствие, предложены способы обучения формам изображений с последующим выявлением их в соста-

ве других изображений.

Предложенные решения не являются исчерпывающими с точки зрения задачи распознавания образов, но являются, на взгляд автора, стержневыми для полноценного решения задачи.

2. Кластеризация изображений

Определим изображение как множество A_0 :

$A_0 = \{ (c, (x, y)) \}$, $x = (1, n)$, $y = (1, m)$, $c \in \{ 0, 1, \dots, M \}$, $M < \infty$, c – цвет точки (x, y) . $\text{Map}(A_0) = \{ (x, y) : 1 \leq x \leq n, 1 \leq y \leq m \}$.

Разбиение $C(A_0) = \{ A_1, A_2, \dots, A_k \}$ множества A_0 на непересекающиеся и связные подмножества A_i , $i = (1, k)$, назовем кластеризацией изображения A_0 , а A_i – регионом изображения. $\text{Map}(A_i)$ – множество пар (x, y) из A_i . Т.е. $A_i \cap A_j = \emptyset$ для любых $1 \leq j \neq i \leq k$ и

1) для элемента (x, y) соседними являются все $\{ (x \pm \Delta_x, y \pm \Delta_y) : \Delta_x = 0 \vee 1, \Delta_y = 0 \vee 1, 1 \leq x \pm \Delta_x \leq n, 1 \leq y \pm \Delta_y \leq m, \Delta_x \text{ и } \Delta_y \text{ не равны } 0 \text{ одновременно} \}$;

2) множество A_i связно, если для любых (x_s, y_s) и (x_e, y_e) из $\text{Map}(A_i)$ существует последовательность $(x_s, y_s), (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_k, y_k), (x_e, y_e)$, где $(x_i, y_i) \in \text{Map}(A_i)$, $(x_i, y_i) \neq (x_j, y_j)$ для любых $1 \leq j \neq i \leq k$, и (x_i, y_i) и (x_{i+1}, y_{i+1}) – соседи.

$r_i \equiv R(A_i) = ((x_1, y_1), (x_2, y_2))$ – описывающий область A_i прямоугольник. Очевидно, что каждому r_i соответствует единственная область A_i , прямоугольники могут пересекаться, быть полностью частями других прямоугольников (условия, при которых это может происходить, оставляем без формального доказательства, т.к. эти свойства не являются актуальными в данной статье).

Обозначим вхождение прямоугольника r_i в r_j как $r_i \vdash r_j$. Данное отношение имеет следующие свойства:

1) оно антирефлексивно, т.е. прямоугольник r не является собственным вхождением;

2) антисимметрично, т.е. если $r \vdash r'$, то не верно $r' \vdash r$;

3) транзитивно: если $r \vdash r'$ и $r' \vdash r'' \Rightarrow r \vdash r''$.

Таким образом, изображение может быть представлено прямоугольниками, которые:

1) не входят ни в какие другие и не содержат других;

2) не входят в другие и содержат в себе иные;

3) входят в другие и сами содержат;

4) входят в другие, а сами не содержат.

Опорные точки c_i прямоугольников r_i суть точки, лежащей на прямоугольниках r_i , c , целочисленные координаты которых определяются единообразным образом. Например, точки могут быть определены через один из вариантов вычисления центра масс области A_i , рассчитанный по координатам и/или цветам (что может быть сопряжено со значительным объемом вычислений) или в качестве центральной точки прямоугольника (целочисленные половины высоты и ширины).

Пусть $c = (x_c, y_c)$, $c' = (x'_c, y'_c)$ – опорные точки $г$ и $г'$. Расстояние между ними определяется традиционно как

$$\rho(c, c') = \sqrt{(x_c - x'_c)^2 + (y_c - y'_c)^2}$$

и считается расстоянием между прямоугольниками $г$ и $г'$: $\square(r, r') \equiv \square(c, c')$. Иначе, для любой пары (r, r') определяется расстояние $d = \square(r, r')$, причем $\square(r, r') = \square(r', r)$.

Множество $\{ (d, (r, r')) : d = \square(r, r'), r \sqsubset r', r \sqsubset \hat{C}(A_0), r' \sqsubset \hat{C}(A_0) \}$ называется структурой изображения A_0 .

Структура изображения может быть представлена в графовой форме с вершинами, размеченными прямоугольниками и дугами, помеченными расстояниями между опорными точками прямоугольников.

3. Система подобий

Для сопоставления изображений и их фрагментов будем разделять систему уподоблений изображений на абсолютные и относительные.

Абсолютные – подобия, сравнивающие абсолютные характеристики изображений. Например, A_0 подобно B_0 , если количества $|C(A_0)|$ и $|C(B_0)|$ в изображениях совпадают, или же если $C(A_0) = C(B_0)$, либо в возможных других случаях сопоставления характеристик A_0 и B_0 .

Сопоставление по абсолютным параметрам – очевидно, но мало информативно: в таких случаях два изображения совпадают, если второе из двух есть первое и, наоборот, или же сопоставлены их физические характеристики, например, размеры. Следовательно, необходимо ввести иные критерии, с помощью которых будет возможно сопоставлять структурные компоненты изображений. Такие характеристики будем называть относительными.

Введем следующие понятия и обозначения. Обозначим площади областей и описывающих их прямоугольников:

$$S(A_i) = |A_i|$$

$$s(r_i) = (x_2 - x_1) \cdot (y_2 - y_1)$$

Коэффициент заполнения прямоугольника $г$ регионом A :

$$p = S(A) / s(r)$$

Обозначим $I(r) = \{ r' : r' \sqsubset r \}$ – транзитивное замыкание отношения – множество входящих в $г$ прямоугольников. Степень раздробленности $г$:

$$D(r) = |I(r)| / s(r)$$

Подобие 1-ого типа (по заполнению):

$г \sim^1 г'$, если $|p - p'| < \varepsilon_p$, где ε_p – заранее заданное положительное число.

Подобие 2-ого типа (по раздробленности):

$г \sim^2 г'$, если $|D(r) - D(r')| < \varepsilon_d$, где ε_d – заранее заданное положительное число.

Еще один вариант подобия – по отношению площадей:

$$r \sim^3 r', \text{ если } s(r) / s(r') < \varepsilon_s$$

Цветовое сопоставление основывается на сопоставлениях цветов/яркостей пикселей, входящих в регионы. Таких сопоставлений существует множество, в частности, по яркости пикселей, введению понятия расстояния между цветами и др. Соответственно, два региона подобны, если большинство пикселей одного региона сопоставимы с большинством пикселей другого региона. Тогда, обозначив через E количество совпавших по цвету пикселей, можно ввести уподобления:

$$1) r \sim^4 r', |E| / S(A) - |E| / S(A')| < \varepsilon_c ;$$

$$2) r \sim^5 r', |E| / s(A) - |E| / s(A')| < \varepsilon_c .$$

Сопоставления на основе вышеперечисленных критериев можно осуществлять как отдельно, так и используя различные композиции критериев. Например, используя подобие 1-ого и 2-го типа вместе.

Одновременно, будем говорить, что $A \sim i A'$ (A i -подобно A'), если для каждого r из A найдется r' из A' так, что $r \sim i r'$, и, наоборот, для каждого r' из A' найдется r из A такой, что $r \sim i r'$. Т.е. имеет место изоморфизм по подобию i .

Пусть заданы изображения A_0 и A'_0 . A_0 и A'_0 пересекаются по подобию i , если существует $A_0 \square A'_0 = \{ r, r' : r \square \hat{C}(A_0), r' \square \hat{C}(A'_0) \text{ \& } r \sim i r' \} \square \square$.

Если $A_0 = A_0 \square \square A'_0$, то $A_0 \square A'_0$. В этом случае говорим, что A_0 покомпонентно является i -подобной частью A'_0 . Если $A'_0 \square A_0$, то A'_0 – покомпонентная часть A_0 . Соответственно, $A_0 = A'_0$, если $A_0 = A'_0 = A_0 \square A'_0$.

Покомпонентное сравнение двух изображений является слабой формой сопоставления изображений. Чтобы усилить потенциал сравнения, введем дополнительные понятия на основе следующих суждений. Так, похожие фрагменты изображений могут быть как одного размера, так и различного (см. Рис.1). В случае различных размеров уподобление фрагментов изображений может носить неоднозначный характер, если не учитывать масштабы расстояний между ними. С этой целью введем понятие отнесенного расстояния между фрагментами r и r' : $\square^{\wedge}(r, r') = \square(r, r')^2 / (s(r) + s(r'))$.

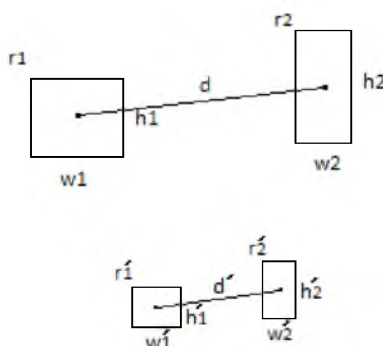


Рис. 1. Масштабированные фрагменты двух изображений.

Здесь $r_1 \in \hat{C}(A_0)$, $r_2 \in \hat{C}(A_0)$, и $r'_1 \in \hat{C}(A'_0)$, $r'_2 \in \hat{C}(A'_0)$. Пара r_1, r_2 из изображения A_0 подобна паре r'_1, r'_2 из A'_0 , если $r_1 \sim_i r'_1$, $r_2 \sim_i r'_2$ и $|\square^\wedge(r_1, r_2) - \square^\wedge(r'_1, r'_2)| < \varepsilon_\square$, т.е. пары фрагментов двух изображений подобны, и расстояния для каждой пары близки.

В определении кластеризации изображения уже было использована, но не оговорена некая нумерация регионов. Определим пары $(d_{1,2}, (r_1, r_2)), (d_{1,3}, (r_1, r_3)), \dots, (d_{1,n}, (r_1, r_n)), (d_{2,3}, (r_2, r_3)), (d_{2,4}, (r_2, r_4)), \dots, (d_{2,n}, (r_2, r_n)), \dots, (d_{n-2,n-1}, (r_{n-2}, r_{n-1})), (d_{n-2,n}, (r_{n-2}, r_n)), (d_{n-1,n}, (r_{n-1}, r_n))$, т.е. всевозможные расстояния «все – со всеми», исключая, в силу симметричности, повторения. По существу, мы описали все структурные компоненты изображения, связанные расстояниями. В силу определения отнесенного расстояния структура изображения может быть представлена матрицей (далее: S-матрица, структурная матрица):

$$D = \begin{vmatrix} 0 & d_{1,2} & d_{1,3} & \dots & d_{1,n-1} & d_{1,n} \\ 0 & 0 & d_{2,3} & \dots & d_{2,n-1} & d_{2,n} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & d_{3,n-1} & d_{3,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & d_{n-1,n} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

Схема сравнения двух изображений по их S-матрицам D_1 и D_2 заключается в выявлении максимальной по длине последовательности чисел $\square_1 = d_{i_1,i_2}, d_{i_2,i_3}, d_{i_3,i_4}, \dots, d_{i_{k-1},i_k}$ в матрице D_1 и подобной ей последовательности $\square_2 = d_{j_1,j_2}, d_{j_2,j_3}, d_{j_3,j_4}, \dots, d_{j_{k-1},j_k}$ в матрице D_2 (здесь имеется определенная неточность: вторая последовательность может быть разделена на подпоследовательности, сформированные из различных частей матрицы D_2 ; для простоты мы исходим из того, что найдется такая нумерация элементов r_i второго изображения, когда разделение второй последовательности не произойдет).

На основе структурных матриц определим принципы структурного сопоставления изображений:

Два изображения полностью совпадают, если длины последовательностей $\square_1$ и $\square_2$ равны значению $n-1$ и $n = m$, где n и m – размеры матриц D_1 и D_2 , соответственно: $|\square_1| = |\square_2| \ \& \ n=m$.

Первое изображение полностью входит во второе, если длина $\square_1$ равна $n-1$, а длина второй меньше $m-1$, где m – размер матрицы D_2 ; данное сопоставление симметрично для второго изображения, т.е. второе изображение является частью первого, если длина первой последовательности меньше $n-1$, а длина второй последовательности в точности равна $m-1$, т.е. либо $|\square_1| = n-1 \ \& \ |\square_2| < m-1$, либо $|\square_1| < n-1 \ \& \ |\square_2| = m-1$.

Два изображения имеют общие части, если длина $\square_1$ меньше $n-1$, а длина $\square_2$ меньше $m-1$: $1 \leq |\square_1| < n-1 \ \& \ 1 \leq |\square_2| < m-1$.

На основе перечисленных правил сопоставления изображений возможно введение различных эвристических расширений. Так, введенные правила можно определить так:

По п. 1: $\square_1$ и $\square_2$ равны, если $|\square_1| / (n-1) - |\square_2| / (m-1) | < \square$.

По п. 2: изображение является частью другого, если $1 - |\square_1| / (n-1) < \square$.

4. Обучение и распознавание образов

Задача распознавания образов в контексте вышеизложенных определений и рассуждений сводится к следующей схеме:

1) обучению – формированию набора знаний на основе структурного представления изображений.

2) собственно распознаванию на основе набора знаний: поиск образов в составе других изображений или иначе, «узнавание» изображений, по которым было осуществлено обучение, в качестве фрагментов других изображений.

Знанием об изображении A_0 могут являться $C(A_0)$, $\hat{C}(A_0)$, матрица D и иные варианты представления результатов кластеризации. Процесс распознавания заключается в:

1) получении изображения в качестве входа;

2) осуществлении кластеризации;

3) формировании «знания» изображении в одной из выбранной форм ($C(A_0)$, $\hat{C}(A_0)$, S -матрица, другое);

4) сопоставлении каждого из «знаний» со структурой входного изображения;

5) выявлении и фиксации всякого «знания», являющегося частью структуры входного изображения или совпадающего со структурой входного изображения.

Части входного изображения считаются распознанными, если были выявлены «знания», являющиеся частями входного изображения или совпадающие с ним.

Если структура входного изображения является частью одного из «знаний», то, естественно, входное изображение не считается распознанным, однако дает повод задуматься о классификации данного изображения.

Практическая реализация предложенного подхода выявила несколько проблем, связанных:

1) с субъективностью выбора предикатов кластеризации;

2) с субъективностью подбора пороговых критериев сопоставления (ε_p , ε_s , ε_d и другие);

3) со сложностями (и соответственно, скоростями исполнения) алгоритмов выявления пересечений $C(A_0)$, $\hat{C}(A_0)$, выявления максимальных длин последовательностей в S -матрицах (в основном, это переборные алгоритмы с чувствительным временем исполнения).

Перечисленные проблемы и разработка быстрых алгоритмов являются актуальными и остаются предметом исследований в пределах описанного подхода.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гонсалес Р., Вудс Р., Цифровая обработка изображений. М.: Техносфера, 1072 с., 2005.
2. Vartanov S.R., Parallel Programming Methods in Caper Language and its Application in Image Processing // In: SCI2002/ISAS2002, Orlando, USA, vol.XI, 2002,

PATTERN RECOGNITION BASED CLUSTERING IMAGES

SUMMARY

The paper presents mathematical basis for the image recognition problems via the clustering.

Here are given the principles of structural representation of images, comparison of image fragments, as well as techniques of solution of image matching, learning and recognition problems.

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ТЕРМОУПРУГИМИ НАПРЯЖЕНИЯМИ В БЕСКОНЕЧНОМ СЛОЕ

С.А. Джилавян, М.А. Саркисян, А.Ж. Хуришудян

АННОТАЦИЯ

В данной статье рассматривается задача оптимального управления для взаимосвязанной системы дифференциальных уравнений в частных производных, описывающей напряженное состояние упругого бесконечного слоя, находящегося в нестационарном температурном поле с учетом взаимосвязанности полей температуры и напряжения, т.е. учитывается термоупругое рассеяние механической энергии. Предполагается, что на торцах слоя в течение некоторого конечного промежутка времени действуют сжимающие нормальные напряжения, на одном из граничных поверхностей действует тепловой поток, а через другую осуществляется теплообмен с окружающей средой. Процесс управления осуществляется граничными условиями, причем, в качестве критерия оптимальности процесса управления выбран функционал, описывающий величину управляющих воздействий в рассматриваемом промежутке времени. Далее, пользуясь методом финитного управления, аппаратом обобщенного интегрального преобразования Фурье, рассматриваемая задача сведена к интерполяционной задаче относительно трансформантов Фурье искомых функций управления, которая, в свою очередь, сведена к соответствующей системе проблем моментов относительно функций управления. Решение рассматриваемой задачи получено в явном виде. Приведены также необходимые и достаточные условия разрешимости полученной системы проблем моментов.

Ключевые слова: оптимальное финитное управление, проблема моментов, преобразование Фурье.

1. Изотропный, однородный, бесконечный слой постоянной толщины a , на торцах которого в течение конечного промежутка времени $[t_0; T]$ действуют равномерно распределенные нормальные, сжимающие усилия интенсивности $\sigma_0(t_*)$, находится в неоднородном, нестационарном температурном поле $\vartheta = \vartheta(x_*, t_*)$. После линейного преобразования промежутка $[t_0; T]$ в $[-\pi; \pi]$ и перехода к безразмерным величинам, напряженное состояние рассматриваемого слоя можно описать следующей системой дифференциальных уравнений в частных производных:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \sigma_x(x, t)}{\partial x^2} = \alpha^2 \frac{\partial^2 \sigma_x(x, t)}{\partial t^2} + \alpha^2 \frac{\partial^2 \vartheta(x, t)}{\partial t^2}, \\ \frac{\partial^2 \vartheta(x, t)}{\partial x^2} = (1 + \varepsilon) \frac{\partial \vartheta(x, t)}{\partial t} + \varepsilon \frac{\partial \sigma_x(x, t)}{\partial t} \end{cases}, \quad x \in [0, 1], \quad t \in [-\pi; \pi], \quad (1.1)$$

второе уравнение которой представляет собой уравнение теплопроводности с учетом термоупругого рассеяния механической энергии, причем $x = \frac{x_*}{a}$ и $t = \frac{a_g}{a^2} t_*$ – безразмерные координата и время, a_g – коэффициент температуропроводности; $\sigma_x = \frac{1-2\nu}{E} \sigma_*$; σ_* – нормальные напряжения, возникающие в сечениях слоя перпендикулярных направлению x_* ; $\theta = \frac{1-\nu}{1+\nu} \alpha_g \vartheta_*$; $\vartheta_* = \vartheta_*(x, t)$ – функция температуры, ν – коэффициент Пуассона, $\alpha_g \vartheta_*$ – относительное температурное расширение, а α_g – коэффициент линейного температурного расширения слоя; $\alpha^2 = \frac{a_g^2}{c^2 a^2}$; c – скорость распространения упругой волны в слое, α – отношение времени распространения упругой волны на время возрастания температуры, а входящее в уравнение теплопроводности ε – безразмерный коэффициент, характеризующий взаимодействие полей деформации и температуры.

Граничные условия представим в следующем виде:

$$\sigma_x(x, t) = -\sigma_0 u(t) \quad (0 < \sigma_0 = \text{const}), \text{ при } x = 0; 1, t \in [-\pi; \pi], \quad (1.2a)$$

$$\left[\frac{\partial \theta(x, t)}{\partial x} - \text{Bi} \cdot \theta(x, t) \right]_{x=0} = 0, \quad \text{при } t \in [-\pi; \pi], \quad (1.2b)$$

$$\left[\frac{\partial \theta(x, t)}{\partial x} + \beta \cdot v(t) \right]_{x=1} = 0,$$

где Bi – критерий Био, который характеризует теплообмен с окружающей средой.

Пусть заданы следующие начальные условия:

$$\sigma_x(x, t) = 0; \quad \frac{\partial \sigma_x(x, t)}{\partial t} = 0, \quad \text{при } t = -\pi, x \in [0; 1]. \quad (1.3)$$

$$\theta(x, t) = 0,$$

Принимается, что граничными условиями (1.2a,b) осуществляется управление системой (1.1). Общая постановка рассматриваемой задачи состоит в определении законов формирования граничных управлений $u(t)$ и $v(t)$ – переводящих в промежутке $[-\pi; \pi]$ решение системы (1.1), удовлетворяющее граничным условиям (1.2a,b), из заданного состояния (1.3) в желаемое состояние

$$\begin{aligned}\sigma_x(x, t) &= -\sigma_0; \quad \frac{\partial \sigma_x(x, t)}{\partial t} = \sigma_1, \quad \text{при } t = \pi, \quad x \in [0, 1], \\ \theta(x, t) &= \theta_1(x),\end{aligned}\quad (1.4)$$

и оптимальных в смысле следующих функционалов:

$$\kappa[u] = \max_{t \in [-\pi, \pi]} |u(t)|; \quad \kappa[v] = \max_{t \in [-\pi, \pi]} |v(t)|, \quad (1.5)$$

являющихся критериями оптимальности рассматриваемого процесса управления. Здесь следует отметить, что критерии оптимальности (1.5) описывают величины управляющих воздействий в рассматриваемом отрезке $[-\pi; \pi]$ [1]. Задачи оптимального управления системами дифференциальных уравнений в частных производных рассмотрены также в [2–6].

2. Предположим, что функции граничных управлений $u(t)$ и $v(t)$ обращаются в нуль вне рассматриваемого отрезка, т.е. являются финитными функциями с носителем $[-\pi; \pi]$, не ограничивая общность рассуждений. С другой стороны, функционалы (1.5) порождают норму в пространстве функций $L^\infty[-\pi; \pi]$, следовательно в качестве множеств допустимых управлений целесообразно рассмотреть множество $T \subset L^\infty[-\pi; \pi]$ всех финитных суммируемых функций [1, 7]. Решение рассматриваемой задачи можно построить, пользуясь методом финитного управления [2]. Сначала применим обобщенное интегральное преобразование Фурье по переменной t к системе (1.1) и к условиям (1.2a,b). В результате, после несложных алгебраических преобразований, учитывая также условия (1.3) и (1.4), соответственно, получим:

$$\begin{cases} \frac{d^2 \bar{\sigma}_x(x, \sigma)}{dx^2} + \alpha^2 \sigma^2 \bar{\sigma}_x(x, \sigma) = \\ = -\alpha^2 \sigma^2 \bar{\theta}(x, \sigma) + f(x, \sigma) \\ \frac{d^2 \bar{\theta}(x, \sigma)}{dx^2} + i\sigma(1 + \varepsilon) \bar{\theta}(x, \sigma) = \\ = -i\sigma \varepsilon \bar{\sigma}_x(x, \sigma) + g(x, \sigma) \end{cases}, \quad x \in [0, 1], \sigma \in (-\infty, \infty), \quad (2.1)$$

$$\bar{\sigma}_x(x, \sigma) = -\sigma_0 \cdot \bar{u}(\sigma), \quad \text{при } x = 0, 1, \sigma \in (-\infty, \infty), \quad (2.2a)$$

$$\begin{aligned} \left[\frac{d\bar{\theta}(x, \sigma)}{dx} - \text{Bi} \cdot \bar{\theta}(x, \sigma) \right]_{x=0} &= 0, \\ \left[\frac{d\bar{\theta}(x, \sigma)}{dx} + \beta \cdot \bar{v}(\sigma) \right]_{x=1} &= 0, \end{aligned} \quad \sigma \in (-\infty, \infty), \quad (2.2b)$$

где

$$\bar{\varphi}(\sigma) \equiv F_t[\varphi] = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(t) e^{i\sigma t} dt = \int_{-\pi}^{\pi} \varphi(t) e^{i\sigma t} dt, \sigma \in \mathbb{R},$$

$F_t[\cdot]$ оператор, а σ – спектральный параметр преобразования Фурье по переменной t ;

$$\begin{aligned} f(x, \sigma) &= A_1(x, \sigma) + i \cdot A_2(x, \sigma), \\ A_1(x, \sigma) &= \frac{\alpha^2}{1+\varepsilon} \left[\sigma_1 + \frac{d^2 \theta_1(x)}{dx^2} \right] \cos(\pi \sigma) - \\ &\quad - \alpha^2 \sigma [\sigma_0 - \theta_1(x)] \sin(\pi \sigma), \\ A_2(x, \sigma) &= \frac{\alpha^2}{1+\varepsilon} \left[\sigma_1 + \frac{d^2 \theta_1(x)}{dx^2} \right] \sin(\pi \sigma) + \\ &\quad + \alpha^2 \sigma [\sigma_0 - \theta_1(x)] \cos(\pi \sigma), \\ g(x, \sigma) &= B_1(x, \sigma) + i \cdot B_2(x, \sigma), \\ B_1(x, \sigma) &= [(1+\varepsilon)\theta_1(x) - \varepsilon \sigma_0] \cos(\pi \sigma), B_2(x, \sigma) = \\ &= [(1+\varepsilon)\theta_1(x) - \varepsilon \sigma_0] \sin(\pi \sigma). \end{aligned} \quad (2.3)$$

Таким образом, решение рассматриваемой задачи оптимального управления свелось к решению задачи финитного управления для системы обыкновенных дифференциальных уравнений (2.1) при краевых условиях (2.2).

Фундаментальное решение системы дифференциальных уравнений (2.1) имеет следующий вид: $\{\cos(\lambda x), \sin(\lambda x), \cosh(\mu x), \sinh(\mu x)\}$, где

$$\begin{aligned} \lambda(\sigma) &= \left[\frac{|\sigma|}{2} \left(\sqrt{\alpha^4 \sigma^2 - (1+\varepsilon)^2 - 2i(1-\varepsilon)\alpha^2 \sigma} + (\alpha^2 |\sigma| + i(1+\varepsilon) \operatorname{sgn} \sigma) \right) \right]^{\frac{1}{2}}, \\ \mu(\sigma) &= \left[\frac{|\sigma|}{2} \left(\sqrt{\alpha^4 \sigma^2 - (1+\varepsilon)^2 - 2i(1-\varepsilon)\alpha^2 \sigma} - (\alpha^2 |\sigma| + i(1+\varepsilon) \operatorname{sgn} \sigma) \right) \right]^{\frac{1}{2}}, \end{aligned}$$

следовательно, ее общее решение, согласно методу Коши, можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} \bar{\theta}(x, \sigma) &= -\frac{1}{\alpha^2 \sigma^2} \left[\frac{d^2 \bar{\sigma}_x(x, \sigma)}{dx^2} + \alpha^2 \sigma^2 \bar{\sigma}_x(x, \sigma) - f(x, \sigma) \right], \\ \bar{\sigma}_x(x, \sigma) &= A(\sigma) \cos(\lambda x) + B(\sigma) \sin(\lambda x) + C(\sigma) \cosh(\mu x) + \\ &\quad + D(\sigma) \sinh(\mu x) + \Omega(x, \sigma), \end{aligned} \quad (2.4)$$

$x \in (0, 1)$, $\sigma \in \mathbb{R}$, где

$$\begin{aligned}
A(\sigma) &= \frac{b_1 c_{22} - b_2 c_{12}}{c_{11} c_{22} - c_{12} c_{21}}, \\
B(\sigma) &= \frac{1}{\lambda^3} \left[A(\sigma) \cdot \text{Bi}(\lambda^2 + \mu^2) + \mu^3 D(\sigma) - a_{12} \cdot \sigma_0 \bar{u}(\sigma) \right], \\
C(\sigma) &= -A(\sigma) - \sigma_0 \bar{u}(\sigma), \quad D(\sigma) = -\frac{b_1 c_{21} - b_2 c_{11}}{c_{11} c_{22} - c_{12} c_{21}}, \\
c_{11}(\sigma) &= \cos \lambda + \frac{\text{Bi}(\lambda^2 + \mu^2)}{\lambda^3} \cdot \sin \lambda - \cosh \mu, \quad c_{12}(\sigma) = \frac{\mu^3}{\lambda^3} \cdot \sin \lambda + \sinh \mu, \\
c_{21}(\sigma) &= a_{21} - a_{23} + a_{22} \cdot \frac{\text{Bi}(\lambda^2 + \mu^2)}{\lambda^3}, \quad c_{22}(\sigma) = a_{24} + a_{22} \cdot \frac{\mu^3}{\lambda^3}, \\
b_1(\sigma) &= \sigma_0 \bar{u}(\sigma) \left[a_{12} \cdot \frac{\sin \lambda}{\lambda^3} - 1 + \cosh \mu \right] - \Omega(1, \sigma), \quad b_2(\sigma) = \\
&= b_1 + a_{12} a_{22} \cdot \sigma_0 \bar{u}(\sigma), \\
a_{11}(\sigma) &= \text{Bi} \cdot \lambda^2 + (1 - \text{Bi}) \cdot \alpha^2 \sigma^2, \quad a_{12}(\sigma) = -\text{Bi} \cdot \mu^2 + (1 - \text{Bi}) \cdot \alpha^2 \sigma^2, \\
a_{21}(\sigma) &= \lambda^3 \sin \lambda + a_{11} \cos \lambda, \quad a_{22}(\sigma) = -\lambda^3 \cos \lambda + a_{11} \sin \lambda, \\
a_{23}(\sigma) &= \mu^3 \sinh \mu + a_{12} \cosh \mu, \quad a_{24}(\sigma) = \mu^3 \cosh \mu + a_{12} \sinh \mu, \\
\Omega(x, \sigma) &= \frac{1}{2} \int_0^x \Lambda(x - \xi, \sigma) \Pi(\xi, \sigma) d\xi, \quad \Lambda(x, \sigma) = \frac{\sinh(\mu x)}{\mu^3} - \frac{\sin(\lambda x)}{\lambda^3}, \\
\Pi(x, \sigma) &= f''(x, \sigma) + i\sigma(1 + \varepsilon)f(x, \sigma) - \alpha^2 \sigma^2 g(x, \sigma).
\end{aligned}$$

Следуя общей методике финитного управления [2], после всех необходимых преобразований и выкладок, для определения трансформантов Фурье неизвестных функций граничных управлений, получим следующую интерполяционную задачу:

$$\sigma_0 \cdot \bar{u}(z_k) = M_k^u, \quad \beta \cdot \bar{v}(z_k) = M_k^v, \quad k = 1, 2, 3, \dots, \quad (2.5)$$

где узлы интерполяций $z_k = \sigma_k + i\zeta_k$, $k = 1, 2, 3, \dots$, в общем случае – комплексны и определяются из характеристического (трансцендентного) уравнения

$$c_{11} c_{22} - c_{12} c_{21} = 0, \quad (2.6)$$

распространенной на всю комплексную плоскость $z = \sigma + i\zeta$, $\sigma, \zeta \in \mathbb{R}$. Коэффициенты M_k^u, M_k^v также комплексны и определяются параметрами системы (2.4).

Решение задачи интерполяции (2.5) можно построить разными методами теории аппроксимаций, применив к которому обратное обобщенное преобразование Фурье, получим явный вид искомых функций. Однако здесь мы поступим немного иначе [2, 3, 7]. Относительно неизвестных функций граничных управ-

лений отделив действительные и мнимые части в равенствах (2.5), получим счетную систему моментных равенств вида

$$\begin{aligned} \int_{-\pi}^{\pi} u(t) e^{-\zeta_k t} \cos(\sigma_k t) dt &= M_{1k}^u, \quad \int_{-\pi}^{\pi} u(t) e^{-\zeta_k t} \sin(\sigma_k t) dt = M_{2k}^u, \\ \int_{-\pi}^{\pi} v(t) e^{-\zeta_k t} \cos(\sigma_k t) dt &= M_{1k}^v, \quad \int_{-\pi}^{\pi} v(t) e^{-\zeta_k t} \sin(\sigma_k t) dt = M_{2k}^v, \\ k &= 1, 2, 3, \dots, \end{aligned} \quad (2.7)$$

где

$$M_{1k}^u + iM_{2k}^u = M_k^u, \quad M_{1k}^v + iM_{2k}^v = M_k^v.$$

3. Решение поставленной задачи оптимального граничного управления окончательно сводится или к решению интерполяционной задачи (2.5) относительно трансформантов Фурье искомых функций граничных управлений или к разрешению счетной системы равенств (2.7) уже относительно самих искомых функций. Для решения рассматриваемой задачи оптимального управления здесь воспользуемся счетной системой равенств (2.7). Поскольку ядра при неизвестных системы (2.7) суть ограниченные на $[-\pi; \pi]$ функции, то эти равенства целесообразно рассмотреть как проблему моментов в пространстве функций $L^1[-\pi; \pi]$ — сопряженной в пространстве управляющих функций, при критериях оптимальности (1.5). Ограничив рассмотрение системы (2.7) лишь при некотором конечном $n \in \mathbb{N}$ (сходимость решения конечномерной проблемы моментов к бесконечномерной исследуется как в [2]) и используя известную методику решения проблем моментов при интегральных ограничениях, изложенного в [1], ее решение получим в следующем виде:

$$\begin{aligned} u_n^o(t) &= \frac{U_n^o}{\sigma_0} \cdot [2H(h_n^{uo}) - 1], \quad v_n^o(t) = \frac{V_n^o}{\beta} \cdot [2H(h_n^{vo}) - 1], \\ t &\in [-\pi; \pi], \end{aligned} \quad (3.1)$$

где $H(t)$ — известная ступенчатая функция Хэвисайда,

$$\begin{aligned} U_n^o &= \frac{1}{\rho_n^{uo}}, \quad \rho_n^{uo} = \int_{-\pi}^{\pi} |h_n^{uo}(t)| dt, \quad h_n^{uo}(t) = \\ &= \sum_{k=1}^n \frac{l_{1k}^{uo}}{M_{1k}^u} e^{-\zeta_k t} [M_{1k}^u \cos(\sigma_k t) + M_{2k}^u \sin(\sigma_k t)], \end{aligned}$$

$$V_n^o = \frac{1}{\rho_n^{vo}}, \rho_n^{vo} = \int_{-\pi}^{\pi} |h_n^{vo}(t)| dt, h_n^{vo}(t) =$$

$$= \sum_{k=1}^n \frac{l_{1k}^{vo}}{M_{1k}^v} e^{-\zeta_k t} [M_{1k}^v \cos(\sigma_k t) + M_{2k}^v \sin(\sigma_k t)],$$

а оптимальные коэффициенты l_{1k}^{uo} и l_{1k}^{vo} , $k = \overline{1; n}$, должны определяться из условий

$$\sum_{k=1}^n \frac{l_{1k}^{uo}}{M_{1k}^u} [(M_{1k}^u)^2 + (M_{1k}^u)^2] = 1, \sum_{k=1}^n \frac{l_{1k}^{vo}}{M_{1k}^v} [(M_{1k}^v)^2 + (M_{1k}^v)^2] = 1, n \in \mathbb{N},$$

соответственно.

Получили решение поставленной задачи оптимального граничного управления в замкнутом виде, причем, искомые функции граничного управления, оптимальные в смысле критерий оптимальности (1.5), имеют вид (3.1).

Следует отметить, что для разрешимости системы проблем моментов (2.7) при критериях (1.5) необходимо и достаточно, чтобы выполнялись неравенства [1,2]

$$\rho_n^{uo} > 0, \rho_n^{vo} > 0, \quad (3.2)$$

при всех $n \in \mathbb{N}$, откуда, с учетом представлений (2.3), (2.4) и (2.8), для вполне управляемости рассмотренной системы (1.1) можно получить соответствующие условия вполне управляемости системы (1.1) для характеристических коэффициентов рассматриваемой задачи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Красовский Н.Н., Теория управления движением. М.: Наука. С. 476, 1968.
2. Бутковский А.Г., Методы управления системами с распределенными параметрами. М.: Наука. С. 568, 1975.
3. Jilavyan S.H., Khurshudyan A.Zh., Optimal Control of Anisotropic Layer-Plate Vibrations in View of Transverse Shear // Problems of Control, Information Processing and Transfer. Russia, Saratov. Vol. 2. PP. 219–228, 2013,
4. Знаменская Л.А., Управление упругими колебаниями. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007.
5. Джилавян С.А., Саркисян М.А. Оптимальное управление теплопроводностью тонкой пластины. 7-ая Научная годовичная конференция РАУ. СС. 100–107, 2012.
6. Kunisch K., Leugering G., Sprekels J., Tröltzsch F., Optimal control of coupled systems of partial differential equations. Birkhäuser, Berlin, 2009.
7. Jilavyan S.H., Khurshudyan A. Zh., Sarkisyan A.S., On Adhesive Binding Optimization of Elastic Homogeneous Rod to a Fixed Rigid Base as a Control Problem by Coefficient // Archives of Control Sciences. Vol. 23 (LIX), № 4. PP. 381–393, 2013.

THERMOELASTIC ԼԱՐՄԱՆ ՕՂՏԻՄԱԼ ԿԱՌԱՎԱՐՈՒՄԸ ԱՆՍԱՀՄԱՆ ՇԵՐՏՈՒՄ

ԱՍՓՈՓՈՒՄ

Դիտարկվում է օպտիմալ կառավարման խնդիր մասնական ածանցյալներով դիֆերենցիալ հավասարումների փոխկապակցված համակարգի համար, երբ այդ հավասարումները նկարագրում են առաձգական անվերջ շերտի լարվածային վիճակը ջերմաստիճանային դաշտում: Հաշվի է առնվում ջերմաստիճանային դաշտի և լարումների փոխազդեցությունը, այսինքն՝ դիտարկվում է մեխանիկական էներգիայի ջերմաառաձգական ցրման խնդիր: Համարվում է, որ շերտի եզրային մակերևույթները վերջավոր ժամանակահատվածում ենթարկվում են սեղմող նորմալ լարումների ազդեցության, այդ մակերևույթներից մեկի վրա ազդում է ջերմության հոսքը, իսկ մյուսը՝ ջերմափոխանակման մեջ է արտաքին միջավայրի հետ: Կառավարման պրոցեսը իրականացվում է եզրային կառավարումներով, որպես օպտիմալության հայտանիշներ ընդունելով այն ֆունկցիոնալները, որոնք նկարագրում են դիտարկվող ժամանակահատվածում կառավարող ազդեցությունների մեծությունները: Օգտագործվում են ֆինիտ դեկավարման մեթոդը, ընդհանրացված ինտեգրալ ձևափոխությունը և դիտարկված խնդիրը բերվում է անհայտ ֆունկցիաների Ֆուրիեի պատկերների նկատմամբ ինտերպոլյացիոն խնդրի, որն էլ հնարավոր է լինում ներկայացնել համապատասխան մոմենտների պրոբլեմներով: Լուծումը գրելով բացահայտ տեսքով՝ բերված են նաև խնդրի լուծելիության անհրաժեշտ և բավարար պայմանները:

ПРИМЕНЕНИЕ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ В ЗАДАЧАХ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

С.Г. Саркисян, А.С. Овакимян, Л.О. Хачоян

siranushs@ysu.am, ahovakimyan@ysu.am, lkhachoyan@gmail.com

АННОТАЦИЯ

Искусственные нейронные сети нашли широкое применение для решения задач во многих областях. В частности, когда при решении задач прогнозирования необходимо преодолевать трудности, связанные с такими особенностями данных как нестационарность, неполнота, неизвестное распределение, или когда статистические методы оказываются не вполне удовлетворительными, нейросетевые методы и алгоритмы могут обеспечить полезную технику.

В данной работе представлены результаты прогнозирования временного ряда некоторых экономических показателей средствами нейронных сетей. Сеть построена и реализована в среде R Studio, поддерживающей обработку больших данных.

К л ю ч е в ы е с л о в а : временной ряд, искусственные нейронные сети, прогнозирование, обучающая выборка.

1. Введение

В настоящее время активно развиваются системы искусственного интеллекта, базируемые на использовании аппарата искусственных нейронных сетей. Способность нейронной сети к разносторонней обработке информации следует из ее способности к обобщению и выделению скрытых зависимостей между входными и выходными данными. Большим преимуществом нейронных сетей является то, что они способны к обучению и обобщению накопленных знаний. С помощью нейронных сетей решается широкий круг проблем: построение моделей объектов при их сильной зашумленности и недостатке информации, распознавание образов, кластеризация данных и т.д. [1, 2]. Имеются попытки использования искусственных нейронных сетей и в задачах прогнозирования, где основой для прогнозирования служит историческая информация, хранящаяся в виде временных рядов. Прогнозирование временных рядов является важной научно-технической проблемой, так как позволяет предсказать поведение различных факторов в экологических, экономических, социальных и иных системах [3].

Целью данной работы является прогнозирование временного ряда средствами нейронных сетей. Создана модель нейронной сети для прогноза временного ряда некоторых экономических показателей. Модель реализована в среде RStudio, поддерживающей обработку больших данных.

2. Постановка задачи прогнозирования

Основной целью любого прогнозирования является создание модели, которая позволяет заглянуть в будущее и оценить тенденции в изменениях того или иного фактора. Качество прогноза в таком случае зависит от наличия предыстории изменяемого фактора, погрешностей измерения рассматриваемой величины и других факторов. Формально, это может быть сформулировано следующим образом: найти функцию f , позволяющую оценить значение переменной x в момент времени $(t + d)$ по ее N предыдущим значениям, так чтобы

$$x(t + d) = f(x(t), x(t - 1), \dots, x(t - N + 1)).$$

Обычно d берется равным единице, то есть функция f прогнозирует следующее значение x .

Временной ряд отличается от простой последовательности наблюдений. Члены временного ряда, в отличие от элементов случайной выборки, не являются статистически независимыми и одинаково распределенными. Временной ряд представляет собой последовательность наблюдаемых значений какого-либо признака, упорядоченных в неслучайные моменты времени. Отличием анализа временных рядов от анализа случайных выборок является предположение о равных промежутках времени между наблюдениями и их хронологический порядок. Привязка наблюдений ко времени играет ключевую роль, тогда как при анализе случайной выборки она не имеет никакого значения. Типичными примерами временных рядов является информация, накопленная в разнообразных базах данных, если она расположена в хронологическом порядке и произведена в последовательные моменты времени [4].

При решении задачи прогнозирования необходимо идентифицировать переменные, которые будут прогнозироваться, временные параметры и степень точности прогноза. Часто при решении задач прогнозирования возникает необходимость предсказания не самой переменной, а изменений ее значений. Точность прогноза, требуемая для решения конкретной задачи, оказывает большое влияние на прогнозирующую систему. Ошибка прогноза зависит от используемой системы прогноза. Чем больше ресурсов имеет такая система, тем больше шансов получить более точный прогноз. Однако прогнозирование не может полностью уничтожить риски при принятии решений. Поэтому всегда учитывается возможная ошибка прогнозирования. Точность прогноза характеризуется ошибкой прогноза.

Основными составляющими временного ряда являются тренд и сезонная компонента, которые часто присутствуют во временном ряде одновременно [4]. В процессе подготовки данных для прогнозирования аналитику следует определить, обладает ли ряд, который он анализирует, свойствами тренда и сезонности. Свойство сезонности важно при определении количества данных, которые будут использоваться для прогнозирования.

Отметим, что часто аналитику трудно принять решения относительно этих характеристик. Автоматического способа обнаружения трендов во временных ря-

дах не существует. В то же время при изучении кривой, отражающей результаты наблюдений, аналитик не может сделать предположений относительно повторяемости формы кривой через равные промежутки времени [4].

Выбор метода прогнозирования зависит от многих факторов, в том числе от параметров прогнозирования. Выбор метода следует производить с учетом всех специфических особенностей набора данных и целей, с которыми он строится. Общим недостатком статистических моделей является сложность выбора типа модели и подбора ее параметров, что существенно увеличивает субъективный вклад участников процесса анализа и прогнозирования ВР. Таким образом, результат анализа и прогнозирования ВР зависит как от квалификации аналитика в предметной отрасли, так и от его квалификации в методах анализа.

Отметим, что аппарат ИНС подразумевает минимальное участие аналитика в формировании модели, так как способность нейросетевых моделей к обучению позволяет выявить скрытые взаимосвязи и закономерности между данными, а алгоритмы обучения адаптируют весовые коэффициенты в соответствии со структурой данных, представленных для обучения [3, 5].

3. Применение нейронной сети к задаче прогнозирования

Моделирование ВР с использованием аппарата ИНС заключается в формировании ИНС определенной структуры, описывающей поведение исследуемой системы в заранее известные моменты времени, а прогнозирование заключается в предсказании будущего поведения системы по предыстории. При обучении таких ИНС изменение весовых коэффициентов происходит на основании изменения фактической погрешности прогнозирования на итерациях.

Определенной сложностью в построении ИНС-модели является формирование обучающей выборки, которая должна выполнять требования к полноте и непротиворечивости. Для проверки обучающей выборки на соответствие требованиям необходима оценка их качества, непосредственно определение понятий качества выборки, критериев оценки качества и разработки математического аппарата для их однозначной оценки. Для повышения прогностической способности нейросети допустимы, а иногда необходимы дополнительные преобразования такие, как методы фильтрации и восстановления данных [5, 6]. При обучении с учителем для каждого обучающего входного примера требуется знание правильного ответа или функции оценки качества ответа. Нейронной сети предъявляются значения входных и выходных сигналов, а она по определенному алгоритму подстраивает веса синаптических связей. В процессе обучения производится корректировка весов сети по результатам сравнения фактических выходных значений с известными заранее выходными значениями.

При подготовке данных для обучения нейронной сети необходимо обращать внимание на следующие существенные моменты. Время, требуемое для обучения сети, зависит как от количества выборок в обучающем наборе, так и от самой вы-

борки. Следует определить наличие выбросов и оценить необходимость их присутствия в выборке. Обучающая выборка должна быть представительной. Существуют разные эвристики по выбору «скользящего окна», обзорающего участок временного ряда, используемый как вход нейронной сети [6]. Для нахождения корректного размера N скользящего окна выполняется его инкрементальный поиск, начиная со значения 1. Для данного значения N формируется множество векторов со значениями входной переменной. На этом множестве рассматривается бинарное отношение «ближайшего соседа» с использованием некоторой метрики. В качестве требуемого значения N берется такое значение, при котором количество «дальних соседей» не превосходит некоторого заранее заданного достаточно малого порогового значения.

Поскольку нейронная сеть работает только с числовыми входными данными, важным этапом при подготовке данных является преобразование и кодирование данных. При использовании на вход нейронной сети следует подавать значения из того же или ближнего диапазона, на котором она обучалась. Данные, предназначенные для обучения, должны быть нормализованы. Целью нормализации значений является преобразование данных к виду, который наиболее подходит для обработки, то есть данные, поступающие на вход нейросети, должны иметь числовой тип, а их значения должны быть распределены в определенном диапазоне [7]. Выбор структуры нейронной сети обуславливается спецификой и сложностью решаемой задачи. Для решения некоторых типов задач разработаны оптимальные конфигурации [5, 7].

Нами рассмотрена задача прогнозирования временного ряда, представляющего динамику индекса потребительских цен в РА. Представлены данные за период 1996 – 2013 гг. Используется модель многослойного персептрона с 30 входами, 5 нейронами скрытого слоя и одним выходом [2]. В качестве функции активации нейронов скрытого слоя использована логистическая сигмоидная функция

$$Y = \frac{1}{1 + e^{-x}}$$

На фазе обучения с порогом ошибки обучения 0.01 были скорректированы параметры сети и уточнена ее архитектура с целью минимизации ошибки прогноза.

Об удачном обучении сети свидетельствуют результаты, приведенные на рис. 1.



Рис. 1. Тестирование обученной сети

Для 40 тестовых выборок получены удовлетворительные результаты (рис.2). Построенная сеть использована для прогноза данных на последующие месяцы.



Рис.2. Значения, прогнозируемые сетью

ЛИТЕРАТУРА

1. Bishop C.M., Neural Networks for Pattern Recognition. Oxford University Press, 2003.
2. Шитиков В.К., Розенберг Г.С., Зинченко Т.Д., Нейросетевое моделирование: многослойный перцептрон // www.ievbran.ru/kiril/Library/Book1/content394/content394.htm
3. Солдатова О.П., Семенов В.В., Применение нейронных сетей для решения задач прогнозирования // Электронный научный журнал «Исследовано в России» <http://zhurnal.gpi.ru/articles/2006/136.pdf>
4. Бокс Дж., Дженкинс Г., Анализ временных рядов. Прогноз и управление: М.: Мир, 1974.
5. Laura E., Carter-Greaves., Time Series prediction with Feed-Forward Neural Networks, <http://neuroph.sourceforge.net>
6. Ababarnel H.D.I., Brown R., Sidorowich J.L. and Tsimring L.S., The analysis of observed chaotic data in physical systems // Reviews of Modern Physics, Vol. 65, No. 4, PP.1331–392, 1993.
7. Iffat A., Gheyas, Leslie S., Smith., A Neural Network Approach to Time Series Forecasting // Proceedings of the World Congress on Engineering, Vol II, WCE 2009, July 1–3, London, U.K, 2009.

NEURAL NETWORKS APPLYING TO TIME SERIES FORECASTING

SUMMARY

Artificial neural networks are widely used to solve problems in many areas. In particular when during the solution of problems of prediction it is needed to overcome the difficulties associated with such data features as non-stationary, incompleteness, unknown distribution, or when statistical methods are not entirely satisfactory, neural network techniques and algorithms may provide a useful technique.

This paper presents the results of time series forecasting on some economical in-

dicators via neural networks. The network has been built and implemented in the environment RStudio that supports the processing of big data.

ՆԵՅՐՈՆԱՅԻՆ ՑԱՆՑԵՐԻ ԿԻՐԱՌՈՒՄԸ ԺԱՄԱՆԱԿԱՅԻՆ ՇԱՐՔԵՐԻ ԿԱՆԽԱՏԵՍՄԱՆ ԽՆԴԻՐՆԵՐՈՒՄ

ԱՄՓՈՓՈՒՄ

Արհեստական նեյրոնային ցանցերը լայնորեն կիրառվում են տարբեր ոլորտներում խնդիրներ լուծելու համար: Մասնավորապես, երբ կանխատեսման խնդիրներում դժվարություններ են առաջ գալիս տվյալների այնպիսի հատկությունների հետ կապված, ինչպիսիք են ոչ ստացիոնարությունը, ոչ լրիվությունը, անհայտ բաշխումը, կամ եթե վիճակագրական մեթոդները բավարար չեն, նեյրոնային մեթոդներն ու ալգորիթմները կարող են ապահովել հուսալի տեխնիկա:

Աշխատանքում ներկայացված են նեյրոնային ցանցերի միջոցով որոշ տնտեսական ցուցանիշների ժամանակային շարքի կանխատեսման արդյունքները: Ցանցը կառուցված և իրականացված է RStudio միջավայրում, որն աջակցում է մեծածավալ տվյալների մշակումը:

ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

ДИНАМИКА СПИРАЛИ РОСТА

Г.Т. Аванесян

avangt@instmath.sci.am

АННОТАЦИЯ

Динамическая система, отвечающая эволюции ростовой спирали, приведена к каноническому виду с квадратичной диссипативной функцией. Проведен ее анализ в рамках качественной теории дифференциальных уравнений, а также – численный.

Ключевые слова: динамические системы, диссипативная функция, рост кристаллов.

1. Введение

Ставшая классической, теория Бартона, Кабреры и Франка [1] позволила объяснить, так называемый, «низкотемпературный» рост кристаллов, как, например – из раствора, связав его механизм с выходом дислокаций на растущую поверхность. Несмотря на необычайную сложность кинетики роста, простые модельные представления, включая геометрический образ спирали роста, оказались эффективны не только в качественном, но и в количественном отношении. Существенную роль в подобной картине роста кристалла играет топология: несмотря на весьма значительные энергетические барьеры, их преодоление оказывается возможным кинетически – благодаря «неразрывности» ступени роста, исходящей из ядра дислокации и заканчивающейся на других дефектах.

Уже в простейшей – изотропной – модели роста, дифференциальное уравнение, описывающее геометрию спирали, не поддается аналитическому решению. Геометрия спирали определяет скорость роста, и, ввиду практической важности вопроса, численное исследование этого уравнения было проведено еще в работе [2]: исходя из изотропной модели была получена оценка шага спирали на ее периферии λ в единицах радиуса критического зародыша, значение которого $\lambda \approx 19$. Впоследствии модели дислокационного роста кристаллов обобщались и исследовались разными методами, теоретически – преимущественно численными. Современные высокие технологии, с одной стороны, позволяют глубже заглянуть в процессы роста, с другой – требуют более детальной теории (ввиду ограниченности места отметим лишь ссылки на работы [3] и [4]). Наряду с упомянутыми выше – физическими, имеется и другой аспект задачи о геометрической форме спирали, а именно: с нелинейными задачами математической физики, а также качественной теории дифференциальных уравнений. Именно он – предмет рассмотрения в настоящей работе.

2. Уравнения, описывающие ростовую спираль, и формулировка задачи

Дифференциальное уравнение спирали было получено и исследовано численно в цитированной выше работе [2]; геометрия спирали в рассматриваемом подходе задавалась зависимостью угла между радиус-вектором и касательной к ней в данной точке от длины самого радиус-вектора (в единицах радиуса критического зародыша) $\varphi(r)$:

$$\frac{d\varphi}{dr} = \sec(\varphi) - \frac{1}{r} \operatorname{tg}(\varphi) - \omega r; \quad (1)$$

параметр ω , входящий в приведенное уравнение, связан с шагом спирали на периферии соотношением $\lambda = 2\pi/\omega$. Исследование уравнения первого порядка (1) может быть проведено лишь численно, что приводит к упомянутому выше результату $\lambda \approx 19$.

В серии тонких экспериментов Л. Н. Рашковича и др. [5] *in situ* наблюдались эллиптические вицинальные холмики роста, с целью исследования которых автором настоящей работы было выведено уравнение эволюции спирали с эллиптической анизотропией [6]; в частном случае изотропной спирали оно записывается в следующей форме:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = 1 - \left(p + \frac{\partial^2 p}{\partial \vartheta^2} \right)^{-1}; \quad (2)$$

геометрия спирали задана зависимостью $p(\vartheta, t)$ расстояния от касательной к спирали до ядра дислокации как функции от угла наклона касательной ϑ и от времени t . Уравнение *стационарного* роста может быть записано в форме *обыкновенного* дифференциального уравнения

$$\omega \frac{dp}{d\vartheta} = 1 - \left(p + \frac{d^2 p}{d\vartheta^2} \right)^{-1}, \quad \left(p + \frac{d^2 p}{d\vartheta^2} \right)^{-1} \equiv k(\vartheta), \quad (3)$$

поскольку стационарная эволюция изотропной спирали сводится к ее равномерному вращению с частотой ω : $p(\vartheta, t) = p(\vartheta + \omega t)$; $k(\vartheta)$ – кривизна спирали. Решение в форме бесконечной спирали должно удовлетворять условиям а) монотонности и б) равенства нулю в нуле как самой функции $p(\vartheta)$ так и ее первой производной.

Можно показать, что уравнение (3) эквивалентно уравнению (1), хотя и не содержит трансцендентных функций от неизвестной функции. Преимущество записи уравнения спирали в виде (3) проявляется в возможности его дальнейшего преобразования к виду, допускающему а) качественный анализ и б) применение стандартных устойчивых численных методов для его решения. Последнее позволяет вычислить стационарное значение ω с практически произвольной точностью. Для дальнейшего изложения удобно привести здесь и другую форму уравнения (3), в котором вместо функции $p(\vartheta)$ фигурирует функция $k(\vartheta)$

$$\frac{d^2 k}{d\vartheta^2} - \frac{\omega}{k^2} \frac{dk}{d\vartheta} - k = 1. \quad (4)$$

3. Механическая аналогия

Уравнение (4) введением новой неизвестной функции $x(\vartheta)$ может быть приведено к виду, допускающему полезную механическую аналогию. Именно, получающееся уравнение

$$\frac{d^2 x}{d\vartheta^2} e^{-2x} - \left(\frac{dx}{d\vartheta} \right)^2 e^{-2x} - e^{-2x} + e^{-x} = \omega \frac{dx}{d\vartheta}, \quad e^{-x(\vartheta)} \equiv k(\vartheta), \quad (5)$$

соответствует механической системе с весьма простой функцией Лагранжа и квадратичной диссипативной функцией:

$$L(\dot{x}, x) = \frac{1}{2} \dot{x}^2 e^{-2x} - \frac{1}{2} (1 - e^{-x})^2, \quad D(\dot{x}) = \omega \dot{x}^2; \quad (5),$$

зависящий только от координаты. Член в функции Лагранжа совпадает с известным потенциалом Морса, однако нестандартная форма «кинетического» члена лишает нас потенциальной аналогии с хорошо изученным случаем. Введя в рассмотрение формально также и гамильтониан как (несохраняющуюся!) механическую энергию,

$$H(x, p) = \frac{1}{2} p^2 e^{2x} + \frac{1}{2} (1 - e^{-x})^2, \quad (6)$$

задача может быть переведена в фазовую плоскость. Для диссипации энергии имеем:

$$\frac{dE}{d\theta} = 2D, \quad 2D(x, p) = \omega p^2 e^{4x}. \quad (7)$$

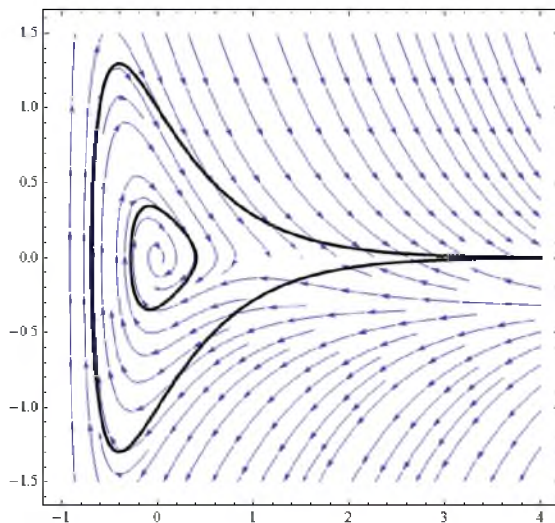
3. Решение задачи в фазовой плоскости

Механическая задача с гамильтонианом (6) *в отсутствие диссипации* имеет замкнутое аналитическое решение; за недостатком места оно не приводится. Для соответствующей динамической системы *с учетом диссипации* имеем следующую систему уравнений в фазовой плоскости:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= p e^{2x} \\ \dot{p} &= -p^2 e^{2x} - e^{-x} (1 - e^{-x}) - \omega p e^{2x}; \end{aligned} \quad (8)$$

мы изменили знак перед ω , что отвечает обращению «времени», и делает динамику устойчивой; такое изменение знака отвечает обратному прохождению – от периферии к ядру спирали; монотонность изменения энергии обеспечена положительностью диссипативной функции. Характер поля направлений в фазовой

плоскости ясен из рисунка, приведенного ниже.



Указаны также изоэнергетические контуры, между которыми происходит переход гипотетической механической частицы вследствие диссипации.

Благодаря положительности диссипативной функции, а также известным контурам постоянной механической энергии, качественный анализ полученной системы прост. Изменение знака частоты ω на обратный позволяет провести также и численный анализ, учитывая то обстоятельство, что система слабо чувствительна к асимптотическому граничному условию на бесконечности. В результате определяется значение $\omega \approx 0,33096$ для стационарного роста, отвечающее значению шага ступени $\lambda \approx 18,985$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Burton W.K., Cabrera N., Frank F.C., The Growth of Crystals and the Equilibrium Structure of their Surfaces // Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences, Vol. 243, No. 866. PP. 299–358, 1951.
2. Cabrera N., Levine M.M. On the dislocation theory of evaporation of crystals // Phil. Mag., Vol. 1. PP. 251–276, 1956.
3. Рашкович Л.Н., Де Юрео Д.Д., Орм К.А., Чернов А.А., In situ атомно-силовая микроскопия послынного роста кристаллов и ключевые концепции роста // Кристаллография, Т. 51, сс. 1133–1145, 2006.
4. Smereka P. Spiral crystal growth // Physica D, Vol. 138, PP. 282–301, 2000.
5. Чернов А.А., Рашкович Л.Н., Мкртчян А.А., Интерференционно-оптическое исследование поверхностных процессов роста кристаллов KDP, DKDP и ADP // Кристаллография: Т. 32, СС. 737–754, 1987.
6. Аванесян Г.Т., О кинетике роста эллиптического винциального холмика // Кристаллография, Т. 38. СС.1492–1494, 1988.

DYNAMICS OF SPIRAL GROWTH

SUMMARY

Dynamical system that describes the evolution of the growth spiral is transformed to the canonical form, with quadratic dissipation function. Qualitative, as well as numeric analysis of the system is performed.

ՊԱՐՈՒՐԱԶԵՎ ԱՃԻ ԴԻՆԱՄԻԿԱՆ

ԱՍՓՈՓՈՒՄ

Աճի պարուրազծի էվոլյուցիան նկարագրող դինամիկական համակարգը բերված է կանոնիկ՝ քառակուսային դիսիպատիվ ֆունկցիայով տեսքի: Կատարվել է ստացած դիֆերենցիալ հավասարումների որակական, նաև թվային ուսումնասիրություն:

ПОСТРОЕНИЕ ЭКВИВАЛЕНТНОЙ МОДЕЛИ МНОГОЛУЧЕВОГО ПРИЕМА

В.Г. Аветисян, В.В. Григорян

avahan@mail.ru, vahangrig1989@gmail.com

АННОТАЦИЯ

В данной статье кратко рассматриваются возможные механизмы образования пучка принимаемых волн в случае многолучевого приема в зависимости от характера и места нахождения объектов переизлучения. Излагаются принципы построения наглядной эквивалентной модели такого приема, позволяющей оценить результат интерференции принимаемых волн в явной зависимости от параметров излучающей и приемной антенн, а также параметров и места нахождения объектов переизлучения.

Ключевые слова: многолучевой прием, переизлучение, направленность антенны.

Введение

Процессы распространения радиоволн и их переизлучения на препятствующих объектах описываются известными методами физической и геометрической оптики. Соответствующие им теории дифракции, рассеяния, рефракции и отражения радиоволн позволяют качественно и количественно оценить результат переизлучения луча волны в зависимости от физических параметров объекта переизлучения. Для оценки хода лучей и их суммарного поля в точке приема разработаны методы и приемы, основанные на, так называемом, методе трассировки лучей [1–3].

Цель данной работы – построение наглядной эквивалентной модели многолучевого приема при различных возможных вариантах образования пучка лучей в точке нахождения приемной антенны для возможности определения ее выходной мощности в явной зависимости от характера и места нахождения объектов переизлучения и направленных свойств излучающей антенны, как когерентного источника исходных лучей.

Исходные положения.

На рис. 1 изображена передающая антенна A_1 с коэффициентом усиления $G_1(\theta, \psi)$ и входной мощностью P_0 . Приемная антенна A_2 , имеющая коэффициент усиления $G_2(\theta, \psi)$, осуществляет прием сигналов, идущих от возможных объектов переизлучения различного характера. Принимаемые сигналы – когерентны, поскольку порождены лучами, излучаемыми антенной A_1 в различных направлениях. Рассматривается прием сигналов, обусловленных только пространственными вол-

нами, и быстрозатухающая поверхностная волна (в возможном случае: отражения от Земли) пренебрегается. Заметим, что прямой луч (0), в общем случае, может и не быть (в случае закрытой трассы между антеннами A_1 и A_2).

Направление осей главных лепестков антенн A_1 и A_2 в общем случае не совпадает, а расстояние r_0 между ними превосходит расстояние их дальних зон. С каждой из антенн A_1 и A_2 связаны соответствующие прямоугольные системы координат X_1, Y_1, Z_1 и X_2, Y_2, Z_2 , а также сферические системы координат R_1, θ_1, φ_1 и R_2, θ_2, φ_2 , причем оси Z_1 и Z_2 совпадают с направлением осей главных лепестков, соответственно, антенн A_1 и A_2 , а антенны A_1 и A_2 согласованы по конкретной линейной поляризации. (см. рис. 2).

Относительно объектов переизлучения предположим:

– каждый объект переизлучения (или часть его) сопоставляется с сосредоточенным объектом, для которого известны конкретные расстояния r'_n и r''_m соответственно, от передающей антенны A_1 и приемной антенны A_2 и расстояние до других объектов r'_{ij} ;

– известны коэффициенты преобразования $\dot{L}_{mn} = L_{mn} e^{-i\beta_{mn}}$ (L – амплитуда, β_{mn} – задержка по фазе) в процессе переизлучения n -го луча на m -ом объекте переизлучения.

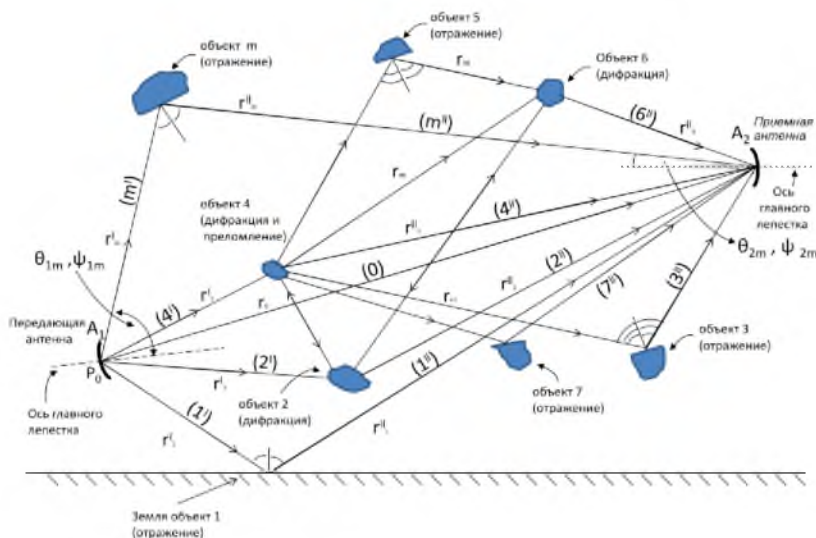


Рис. 1. Расположения передающей и приемной антенн и объектов переизлучения

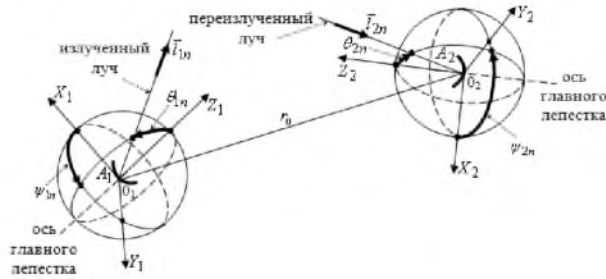


Рис.2. Связанные с антеннами системы координат

Из-за переизлучений возможны следующие варианты образования пучка лучей, падающих на приемную антенну A_2 .

Вариант 1. При однократных переизлучениях исходных лучей, излучаемых антенной A_1 в различных направлениях, образуются лучи, падающие на антенну A_2 под различными углами. На рис. 1 исходные от антенны A_1 лучи – $(1'), (2'), (4'), (m')$, а падающие на антенну A_2 лучи – $(1''), (2''), (4''), (m'')$.

Вариант 2. При многократных переизлучениях возможно образование падающего на приемную антенну A_2 пучка лучей:

а) одного направления из-за последовательных переизлучений одного исходного луча, излучаемого антенной A_1 . Например, в направлении луча $(6'')$ (см. рис. 1) путем последовательных переизлучений исходного луча $(2')$ на объектах: 2, 4, 5, 6, на объектах 2, 4, 6 и на объектах 2, 6. В том же направлении луча $(6'')$ пучок лучей образуется также и исходным лучом $(4')$ благодаря его многократным переизлучениям на объектах 4, 2, 6, или 4, 5, 6, или 4, 6.

б) в разных направлениях опять же из-за последовательных переизлучений одного исходного луча, излучаемого антенной A_1 . Например, лучи $(7'')$ и $(3'')$, образованные лучом $(4')$ путем переизлучения на объектах 4, 7 и 4, 3.

Построение эквивалентной модели многолучевого приема.

Для достижения поставленной цели в качестве основы принято следующее обстоятельство: антенна является линейным устройством и подчиняется принципу суперпозиции [4]. Следствием этого является утверждение о независимости откликов антенны $\vec{E}_{\phi n}$ на каждый воздействующий луч с напряженностью $\vec{E}_n$ из пучка

N падающих на антенну лучей, а отклик антенны $\vec{E}_{\phi}$ на падающий на нее результирующий луч $\vec{E}_p = \sum_{i=1}^N \vec{E}_n$ является суммой упомянутых откликов, т.е. имеем

$$\dot{E}_\phi = \sum_{n=0}^N \dot{E}_{\phi n} \quad (1)$$

где: $\dot{E}_\phi$ – комплексная напряженность поля на входе фидера, согласованного с антенной A_2 , или ее отклик на $\vec{E}_p$; $\dot{E}_{\phi n}$ – комплексная напряженность поля на входе того же фидера, обусловленная воздействием каждого луча, падающего на антенну A_2 , или ее отклик на каждый такой луч.

Выходную мощность P_2 антенны A_2 на входе согласованного с ней фидера выразим через ее комплексный отклик $\dot{E}_\phi$ на $\vec{E}_p$. С учетом (1) получим

$$P_2 = \frac{\dot{E}_\phi \dot{E}_\phi^*}{2Z_\phi} S_\phi = \frac{S_\phi}{2Z_\phi} \sum_{n=0}^N \dot{E}_{\phi n} \sum_{n=0}^N \dot{E}_{\phi n}^* \quad (2)$$

где Z_ϕ – волновое сопротивление фидера, S_ϕ – эффективное сечения фидера.

Как следует из (2), достижение поставленной цели сводится к нахождению выражений для откликов $\dot{E}_{\phi n}$, которые зависят от параметров антенн A_1 и A_2 и параметров объектов переизлучения.

Для этого предлагается следующая наглядная эквивалентная модель многолучевого приема. В основе ее построения лежит метод трассировки лучей и отмеченная выше линейность антенны с вытекающей из нее независимостью откликов антенны на каждый падающий на нее луч. Последнее обстоятельство позволяет заменить приемную антенну A_2 идентичными ей антеннами $A_2^0, A_2^1, A_2^2, \dots, A_2^N$, число которых равно числу N лучей, падающих на антенну A_2 . Следующий шаг в построении модели – это распределение антенн $A_2^{(n)}$ ($n=0, 1, \dots, N$) в пространстве так, что каждая из них принимает свой луч (n), который в результате переизлучения (в общем случае многократного) падает на антенну A_2 под соответствующим ему углом θ_{2n}, ψ_{2n} (в системе координат антенны A_2). При этом, антенна $A_2^{(n)}$ располагается на конце отрезка прямой, начало которого исходит из антенны A_1 . Направление отрезка выбирается так, чтобы оно составляло бы с направлением оси главного лепестка антенны A_1 (в ее системе координат) угол θ_{1n}, ψ_{1n} – угол того, исходящего из антенны A_1 излученного луча (n'), из которого формируется (в общем случае из-за многократного переизлучения) луч, падающий на антенну A_2 под углом θ_{2n}, ψ_{2n} . Антенну $A_2^{(n)}$ располагаем на конце отрезка так, чтобы ось ее главного лепестка составляла бы с направлением отрезка угол θ_{2n}, ψ_{2n} . Длина отрезка прямой, т.е.

расстояние от антенны A_1 до антенны $A_2^{(n)}$, равна длине r_n трассы прохождения луча (n) от антенны A_1 до антенны A_2 согласно рис. 1.

В модели преобразование луча (n) по амплитуде и фазе в процессе его многократных переизлучений учитываются следующим образом. Кроме комплексного ослабления, вызываемого прохождением луча (n) на расстояние r_n в свободном пространстве, вводится дополнительное комплексное ослабление $\dot{L}_n$, обусловленное процессами возможных переизлучений этого луча. Известно, что результирующее ослабление $\dot{L}_n$ можно выразить как

$$\dot{L}_n = \prod^k \dot{R}_k \prod^f \dot{T}_f \prod^j \dot{D}_j = L_n e^{-i\alpha_n} \quad (3)$$

где: k, f, j – соответственно количество переотражений, преломлений и дифракций на объектах, на которых происходило переизлучение луча (n), а $\dot{R}_k, \dot{T}_f$ и $\dot{D}_j$ – соответственно комплексные коэффициент отражения, коэффициент прохождения и коэффициент дифракции соответствующего процесса переизлучения; α_n – суммарная фазовая задержка, обусловленная процессами переизлучений. Для прямого луча (0), не испытывающего переизлучений, $L_0 = 1$ и $\alpha_0 = 0$.

При таком построении модели эквивалентного многолучевого приема, отклик $E_{\phi n}$ ($n = 0, 1, \dots, N$) антенны A_2 на каждый падающий на нее луч (n) будет равен отклику антенны $A_2^{(n)}$ на входе согласованного с ней фидера с параметрами Z_ϕ и S_ϕ – такими же, как и у антенны A_2 . Очевидно, что выходная мощность P_2 антенны A_2 на входе ее фидера должна равняться мощности, обусловленной выходными сигналами антенн $A_2^{(n)}$ ($n = 0, 1, \dots, N$) в эквивалентной модели приема на выходе сумматора этих сигналов. Для того, чтобы при суммировании выходных сигналов антенн $A_2^{(n)}$ ($n = 0, 1, \dots, N$) в эквивалентной модели не нарушить амплитудные и фазовые соотношения между ними, будем полагать, что длины отрезков фидеров от антенн $A_2^{(n)}$ до сумматора равны, и все отрезки фидеров не вносят потерь, а входы сумматора идеально развязаны. Тогда эквивалентная модель принимает вид, изображенный на рис.3, в упрощенном варианте для нескольких лучей. Из рис.3 модели следует, в частности, что луч, излучаемый антенной A_1 в направлении θ_{15}, ψ_{15} , создает два падающих на антенну A_2 луча 5 и 6, а луч, излучаемый антенной A_1 в направлении θ_{12}, ψ_{12} , создает три падающих на антенну A_2 луча 2, 3 и 4, причем лучи 3, 4 и 6 падают на антенну A_2 под одинаковыми углами.

Если на антенну A_2 каким-либо образом падает только луч (n) с напряженностью $\vec{E}_n$, то соответствующую этому лучу выходную мощность $P_2^{(n)}$ антенны, или мощность на входе согласованного с антенной фидера, можно выразить соотношением [5]

$$P_2^{(n)} = \frac{\vec{E}_n \vec{E}_n^*}{2Z_0} \frac{\lambda^2}{4\pi} G_2(\theta_{2n}, \psi_{2n}) = \frac{E_n^2}{2Z_0} L_n^2 \frac{\lambda^2}{4\pi} G_2(\theta_{2n}, \psi_{2n}) \quad (4)$$

В выражении (4), аналогично [6,7], имеем

$$\vec{E}_n(\theta_{2n}, \psi_{2n}) = \vec{E}_n(\theta_{2n}, \psi_{2n}) L_n e^{i(\omega t - k r_n - \varphi_{1n} - \alpha_n)} \quad (5)$$

$$|\vec{E}| = E_n(\theta_{2n}, \psi_{2n}) = \frac{1}{r_n} \sqrt{60 P_0 G_1(\theta_{1n}, \psi_{1n})} \quad (6)$$

где: φ_{1n} – учетная фаза, обусловленная фазовой диаграммой антенны A_1 в направлении θ_{1n}, ψ_{1n} (в общем случае $\varphi_{1k} = \varphi_{1f}$ если $f \neq k$).

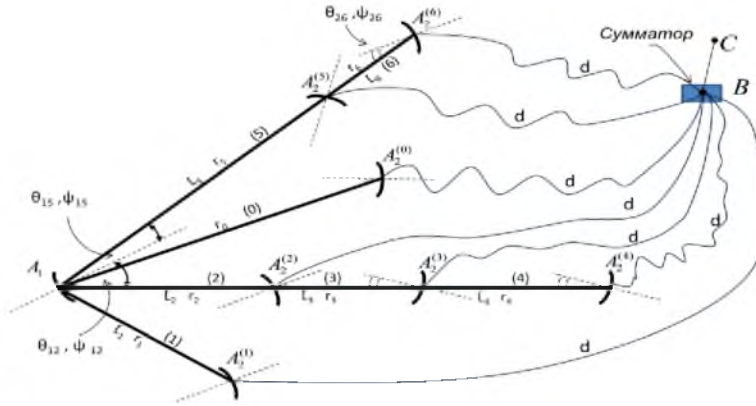


Рис.3. Эквивалентная модель многолучевого приема

С другой стороны, как следует из эквивалентной модели, в этом случае сигнал будет только на выходе антенны $A_2^{(n)}$ и соответствующая мощность $P_c^{(n)}$ сигнала в точке С модели после сумматора будет

$$P_c^{(n)} = \frac{E_{\phi n}^2}{2Z_\phi} S_\phi \quad (7)$$

Приравнявая (4) и (7), с учетом (3), (5) и (6), находим выражение для модуля $E_{\phi n}$ в явной зависимости от параметров излучающей и приемной антенн, а также параметров и места нахождения объектов переизлучения. Запись комплексного отклика $\vec{E}_{\phi n}$ в виде

$$\dot{E}_{\phi n} = E_{\phi n} e^{i(\omega t - k r_n - \varphi_n - \alpha_n - \eta_{2n})} \quad (12)$$

с фазой η_{2n} , обусловленная фазовой диаграммой приемной антенны A_2 в направлении θ_{2n}, ψ_{2n} прихода луча (n) и подстановка (12) в (2) приводит к достижению поставленной в работе цели.

ЛИТЕРАТУРА

1. Iskander M.F., Yun Z., Propagation prediction models for wireless communication systems. // IEEE Trans. on Microwave Theory and Technique, vol. 50, No. 3, March 2002. PP. 662–673.
2. Sarkar T.K., Ji Z., Kim K., Medouri A., Salazar-Palma M., A survey of various propagation model for mobile communication. // IEEE Antennas and Propagation Magazine, vol. 4, No. 3, June 2003, PP. 51–82.
3. Ertel R.B., Sowerby K.W., Rappaport T.S., Reed J.H., Overview of spatial channel models for antenna array communication systems // IEEE Personal Communication, February 1998, PP. 10–22.
4. Сазонов Д.М., Матричная теория антенных решеток. Таганрог: Изд-во ЮФУ, 2013. 98с.
5. Шубарин Ю.В., Антенны сверхвысоких частот. Харьков: Изд-во ХГУ, 284с.1960.
6. Долуханов М.П., Распространение радиоволн. М.: Связь, 336 с. 1972. Athanasiadou G.E., Nix A.R. A novel 3-D indoor ray-tracing propagation model: the path generator and evaluation of narrow-band and wide-band prediction // IEEE Tran. on Vehicular Technology, vol. 49, No 4, July 2000. PP. 1152–1168.

BUILDING EQUIVALENT MODEL MULTIPATH RECEPTION

SUMMARY

The possible mechanisms of forming of receiving wave beam in multipath reception case depending on nature and location of reradiating objects are briefly discussed. The principles of construction of clear equivalent model of such reception are stated. The model allows to estimate the interference result of received waves in explicit dependency on parameters of radiating and receiving antennas and also on parameters and locations of reradiating objects.

ԲԱԶՄԱՃԱՌԱԳԱՅԹ ԸՆԴՈՒՆՄԱՆ ՀԱՄԱՐԺԵՔ ՄՈԴԵԼԻ ԿԱՌՈՒՑՈՒՄ

ԱՄՓԱՓՈՒՄ

Կրճատ դիտարկվել են բազմաճառագայթային ընդունման դեպքում հնարավոր ընդունվող ալիքների փնջի առաջացման մեղանիզմները՝ կախված վերաճառագայթող օբյեկտների բնույթից և դիրքից: Շարադրվում են այդպիսի ընդունման ակներև համարժեք մոդելի կառուցման հիմունքները: Մոդելը հնարավորություն է ընձեռում գնահատել ընդունվող ալիքների ինտերֆերենցիայի արդյունքը, որը ակնհայտ ձևով կախված է հաղորդող և ընդունող անտենաների բնութագրերից, ինչպես նաև վերաճառագայթող օբյեկտների բնութագրերից և տեղակայման վայրից:

РАЗРАБОТКА АВТОМАТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ТЕСТИРОВАНИЯ МОДУЛЕЙ АФАР С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПЛАТФОРМЫ PXIE

В.Г. Аветисян, С.Г. Эйрамджян, С.Г. Арзоян

avahan@mail.ru, eyrsuren@yahoo.com, sergey.arzoyan@gmail.com

АННОТАЦИЯ

В работе рассмотрена возможность автоматизации систем для тестирования приемно-передающих модулей (ППМ) активных фазированных антенных решеток (АФАР) с помощью аппаратных средств платформы PXIe компании “National Instruments” и программных средств, обеспечивающих единство измерительно-вычислительного и управляющего частей посредством графической среды LabVIEW.

Ключевые слова: АФАР, модуль, автоматическая система, платформа PXIe, среда программирования LabVIEW.

Введение

В работе рассматривается возможность автоматизации системы тестирования параметров приемно-передающих модулей (ППМ) АФАР с использованием платформы PXI компании National Instruments и графической среды программирования LabVIEW. Целью является повышение производительности тестирования в процессе производства ППМ за счет использования современных средств программирования и измерительного оборудования. При этом, благодаря единой платформе, реализуется портативная тестирующая система с возможностью тестирования модулей в полевых условиях.

Состояние проблемы

Развитие антенной техники, техники СВЧ и микроэлектроники привели к возможности создания и построения АФАР в модульном исполнении. На рис.1 (а) и 1 (б) изображены соответственно структурные схемы пассивной и активной фазированных антенных решеток. В структуре АФАР перед питающей цепью размещены приемно-передающие модули (ППМ). В их состав, в общем случае, входят: переменный аттенуатор и переменный фазовращатель, являющиеся общими узлами для режимов передачи и приема; усилители мощности для режима передачи; малошумящие усилители и ограничители для режима приема. Помимо этих узлов, используются высокочастотные (ВЧ) переключатели и вентили для разделения каналов передачи и приема. Для каждого излучающего элемента АФАР используется ППМ, и антенная решетка может содержать до тысячи элементов. Таким образом, чтобы получить суммарную большую излучаемую мощность, создаваемая мощность каждого модуля может быть малой. СВЧ ППМ X диапазона могут занимать объем всего в несколько кубических сантиметров [1].

Важным преимуществом модульной конструкции АФАР является то, что они сравнительно дешевле и меньше по весу [2, 3]. Благодаря развитию микросхемотехники, современные модули АФАР имеют высокий уровень интеграции, чем и обеспечиваются вышеупомянутые преимущества [4, 5].

При столь большом количестве элементов в антенной решетке со всей очевидностью проявляется сложность проектирования и конструирования такой комплексной системы, какой является АФАР. Однако более трудной задачей является изготовление такой многоэлементной системы и получение заложенных проектных параметров. После решения задач технологического и конструкторского плана для обеспечения изготовления составных элементов АФАР следует важная задача технического контроля изготовленных элементов АФАР, включающего их тестирования на работоспособность и на соответствие с требуемыми параметрами. Следующие затем процессы этапов монтажа и сборки элементов в модули, модулей в подрешетки, подрешеток в антенную систему могут повлиять на параметры как элементов АФАР, так их сборочных единиц.

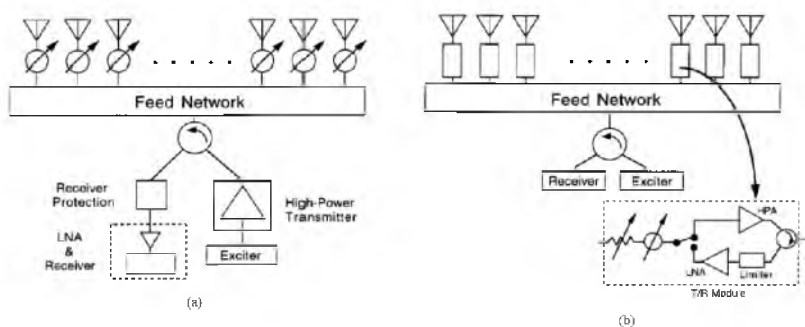


Рис. 1. Структурные схемы сканирующих фазированных антенных решеток: (а) линейная пассивная решетка с фазовращателями для каждого элемента, (б) активная решетка с ППМ в каждом элементе.

Постановка задачи

В работах [6–8] представлены ранее существующие методы и средства тестирования ППМ АФАР. Нашей задачей является разработка автоматической системы тестирования ППМ АФАР с использованием методики, представленной в работах [9–12], и аппаратно-программных средств компании “National Instruments”, применяющих платформу PXIe и графическую среду программирования LabVIEW.

Предлагаемый метод решения

В настоящей работе предлагаемая модернизация по автоматизации комплекса, предназначенного для тестирования ППМ АФАР, решается путем использования следующих устройств компании “National Instruments”:

1. Векторный анализатор цепей PXIe-5630, который обеспечивает измерение двух комплексных коэффициентов отражения и передачи, S_{11} и S_{22} , соответст-

венно, в диапазоне частот от 6ГГц до 10МГц. Структура измерителя и принцип измерения комплексных коэффициентов, и, следовательно амплитуды и фазы измеряемого сигнала, изложены на сайте компании “National Instruments” [13];

2. СВЧ переключатели:

– Двойной однополюсный переключатель (SPDT) NI PXI-2599;

– Двойной мультиплексор 1x4 NI PXIe-2543 для переключения ВЧ разъема ППМ и измерительной антенны, промежуточных калибрующих устройств таких, как коаксиально-волноводные переходы, измеритель СВЧ мощности, а также для переключения соединения измеряемой и измерительной антенн с целью обеспечения возможности автоматического измерения параметров модулей как в передающем, так и приемном режимах;

3. Двухосевой контроллер управления серво/шаговыми двигателями NI PXI-7342, обеспечивающий управление линейным перемещением измерительной антенны, а также вращение данной антенны вокруг своей оси для измерения вертикальной и горизонтальной поляризации излучаемой волны;

4. Универсальный двухосевой интерфейс управления серво/шаговыми двигателями NI UMI-7772;

5. Шасси PXIe-1082 для соединения всех плат в одну несущую платформу;

6. Контроллер PXIe-8135, обеспечивающий единую систему управления модулем и двигателями в процессе СВЧ-измерений, а также обработку данных для вычисления параметров ППМ и излучающих элементов (таких как поляризационные характеристики);

7. Измеритель СВЧ мощности USB-5681 для калибровочных процедур.

Структурные схемы измерительного комплекса для тестирования ППМ АФАР и одной из составных ячеек ППМ приведены, соответственно, на рис. 2 и рис. 3.

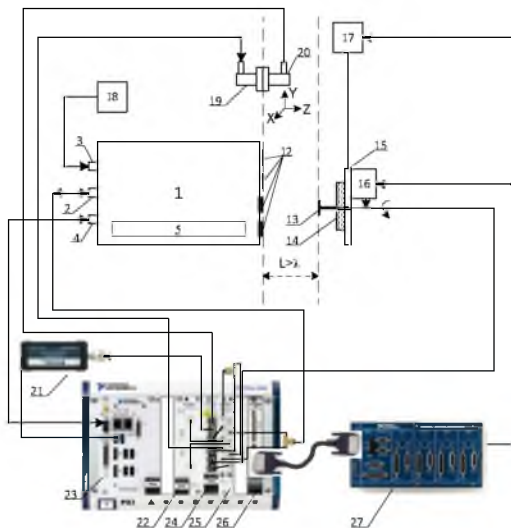


Рис. 2. Структурная схема измерительного комплекса для тестирования ППМ АФАР.

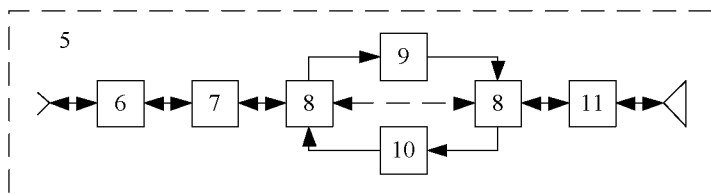


Рис. 3. Структурная схема составной ячейки поз. 5 ППМ поз. 1 на рис. 2.

Где: 1 – тестируемый приемно-передающий модуль – ППМ, 2 – сигнальный разъем модуля, 3 – разъем модуля для подачи питающих напряжений, 4 – управляющий разъем модуля для подачи управляющих напряжений, 5 – приемно-передающие ячейки модуля, 6 – электронно-управляемый дискретный аттенуатор, 7 – электронно-управляемый дискретный фазовращатель, 8 – синхронно-работающие переключатели для переключения ячейки на режим передачи или приема сигнала, 9 – цепочка усилителей мощности для режима передачи сигнала, 10 – цепочка малошумящих усилителей для режима приема сигнала, 11 – квадратурный мост, 12 – излучатель волны круговой поляризации каждой ячейки, 13 – измерительная антенна линейной поляризации в виде полуволнового вибратора или открытого конца одномодового прямоугольного волновода, 14 – щит, поглощающий электромагнитную энергию, 15 – диэлектрический держатель, 16 – привод поворота измерительной антенны на 90° , 17 – привод линейного Y – перемещения диэлектрического держателя, 18 – блок питания модуля, 19 – неподвижный калибрующий коаксиально-волноводный переход, 20 – съемный измерительный коаксиально-волноводный переход, 21 – измеритель мощности, 22 – векторный анализатор цепей, 23 – контроллер, 24 – двойной однополюсный переключатель (SPDT), 25 – двойной мультиплексор 1×4 , 26 – двухосевой контроллер управления серво/шаговыми двигателями, 27 – универсальный двухосевой интерфейс управления серво/шаговыми двигателями NI UMI-7772, L – продольное (вдоль оси Z) расстояние между плоскостью расположения излучателей (12) модуля (1) и плоскостью расположения измерительной антенны (13), λ – длина рабочей волны АФАР. В зависимости от диапазона рабочих частот, в качестве измерительной антенны (13) применяется либо полуволновой вибратор, либо открытый конец прямоугольного волновода.

Выводы:

В предлагаемом комплексе за счет использованного современного оборудования и программного обеспечения достигается автоматизация процесса тестирования параметров ППМ АФАР с помощью единой системы управления измерениями и последующей обработкой данных. При этом, обеспечивается портативность комплекса, желательная при тестировании модулей в полевых условиях, а также его универсальность при использовании комплекса в широком диапазоне частот. При переходе на работу в другой частотный интервал требуется лишь разовая замена измерительной антенны, калибрующего и измерительного коаксиально-волноводных переходов.

ЛИТЕРАТУРА

1. James J.C., Efficiency principles for Phased-array Radars Using Active Antenna Elements // Microwave Journal, v. 42, № 5, May 1999. P. 330.
2. Strack D., Ferrell G. et al., Low Cost T/R Modules for Planar Arrays, IEEE MTT-S International Microwave Symposium Dig., vol.2, PP. 579–582, 1997..
3. Stenger P. et al., A Miniature, MMIC One Watt W-Band Solid-State Transmitter, IEEE MTT-S International Microwave Symposium Dig., vol. 2. PP. 431–434, 1997.
4. Fujii K., Hara Y., Shibuya Y., Sakai T., Takano Y., A Highly Integrated T/R Module for Active Phased Array Antennas, IEEE Radio Frequency Integrated Circuit (RFIC) Symposium, 1998. PP. 77–80.
5. Butz J., Spinner M., Christ J., Mahr U., Highly Integrated RF-Modules for KA-Band Multiple-Beam Active Phased Array Antennas, IEEE MTT-S International Microwave Symposium Dig., vol.1. PP. 61–64. 2002,
6. US Patent № 5081460, Sien-Chang C. Liu, Brea Method and apparatus for testing phase shifter modules of a phased array antenna, 14 Jan., 1992.
7. Cooke W.P., Tripp V.K., Montgomery J. P., Design, Fabrication and Testing of a Large Airborne Phased-Array Antenna For The E-9A Aircraft , IEEE International Symposium on Phased Array Systems and Technology. PP.125–130, 15–18 October, 1996.
8. Kojima N., Shiramatsu K., Chiba I., Ebisui T., Kurihara N. Measurement and Evaluation Techniques for An Airborne Active Phased Array Antenna, IEEE International Symposium on Phased Array Systems and Technology. PP. 231–236, 15–18 October, 1996,
9. Аветисян В.Г., Маркосян М.В., Оганесян А.А., Эйрамджян С.Г., Тестирование модулей активной фазированной антенной решетки. Сообщение 1: Методика тестирования // Известия НАН РА и ГИУА. Сер. ТН.-2007. Т.LX, № 3. СС. 516–522.
10. Արտոնագիր № 2022A2, Հայաստանի Հանրապետություն, 17.09.2007, Ավտիվ փուլավորված անտենային ցանցի ընդունահաղորդող մոդուլների տեստավորման սարք: / Մարկոսյան Մ., Էյրամջյան Ս., Հովհաննիսյան Ա., Ավետիսյան Վ.:
11. Eyramjyan S.G., Apparatus Complex for Active Phased Array Module Testing, Mediterranean Microwave Symposium (MMS 2007), 14–16 May, 2007, Budapest, Hungary. PP. 201–203.
12. Эйрамджян С.Г., Разработка методов и средств измерений параметров приемно-передающих модулей активных фазированных решеток телекоммуникационных устройств / Диссертация кандидата технических наук, Ер., 2008.
13. <http://zone.ni.com/devzone/cda/tut/p/id/11640>

APHAA MODULES' AUTOMATED TESTING SYSTEM DESIGN USING PXIE PLATFORM

SUMMARY

The paper considers the automation capability for active phased array antennas' transmitting-receiving modules' (TRM) testing systems, using National Instruments' hardware PXIe platform and LabVIEW graphical design software, which provides unity to measuring, computing and controlling parts.

Keywords: APhAA, module, automated system, PXIe platform, LabVIEW programming environment.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЛЬТАМПЕРНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ДИОДНЫХ ГЕТЕРОСТРУКТУР P-SI/N-ZNO, ПОЛУЧЕННЫХ МЕТОДОМ УЛЬТРАЗВУКОВОГО СПРЕЙ ПИРОЛИЗА

А.Ю. Алексанян

АННОТАЦИЯ

Работа посвящена разработке методики формирования диодных гетероструктур p-Si/n-ZnO путем осаждения на монокристаллическую кремниевую подложку пленки ZnO, легированной алюминием. Для осаждения пленок ZnO применялся метод ультразвукового «спрей» пиролиза. Показано, что пленки ZnO, легированные алюминием, после термоотжига в вакууме приобретают металлическую проводимость с удельным сопротивлением $\rho \sim 10^{-3} \text{ Ом}\cdot\text{см}$. Были исследованы темновые и световые вольтамперные характеристики (ВАХ) гетероструктур p-Si/n-ZnO, полученных при разных технологических условиях, в частности, при разных температурах пиролиза и разных предварительных обработках поверхности Si. Все гетероструктуры при отсутствии освещения имели диодную ВАХ. Как показали результаты измерений, вариации температуры пиролиза от 300°C до 400°C не сильно влияют на фоточувствительность гетероструктур. Более кардинальное влияние на фоточувствительность оказывает предварительное травление поверхности Si перед нанесением соля ZnO. Исследования световых ВАХ выявили общую закономерность, типичную для всех гетероструктур, а именно: увеличение фототока, вплоть до 20 мА/см² (при спектре AM1,5 50 мВт/см²) при увеличении обратного напряжения. Такое увеличение фототока, по-видимому, обусловлено уменьшением рекомбинационных потерь на гетерогранице.

Ключевые слова: гетеропереход, Si/ZnO, «спрей» пиролиз, фото-вольтатические солнечные элементы.

Введение

Гетеропереходные солнечные элементы на основе монокристаллических кремниевых подложек и прозрачного токопроводящего оксидного (ПТО) слоя привлекают интерес многих исследователей, так как могут обеспечить широкую область спектральной чувствительности: от ультрафиолетового спектра до инфракрасного и, соответственно, обеспечить и большие значения к.п.д. преобразования солнечной энергии. Не менее важным, с точки зрения себестоимости, является относительная простота и низкие температуры технологического процесса получения таких гетероструктур. Значительный интерес для создания солнечных элементов представляют ПТО пленки оксида цинка (ZnO).

ZnO является прямозонным полупроводником с широкой запрещенной зоной $E_g = 3.3 \text{ эВ}$ и проявляет n-тип проводимости, даже без легирования. Его проводимость может быть доведена до металлической путем легирования Al или Ga.

Для получения пленок оксида цинка используются различные физические и химические методы [1–8]: электронно-лучевая эпитаксия, термическое испарение, лазерное испарение, «спрей» пиролиз, электрохимическое осаждение и золь-гель метод.

Несмотря на большие теоретически ожидаемые значения к.п.д. (до 30%), экспериментально полученные гетероструктуры Si/ZnO имеют низкую эффективность преобразования, что, отчасти, обусловлено недостаточной изученностью данной системы, в частности, характера и концентрации дефектов, возникающих на гетерогранице и ответственных за рекомбинационные потери фотогенерированных носителей заряда [9].

Целью данной работы являлась разработка методики формирования диодных гетероструктур p-Si/n-ZnO путем осаждения на монокристаллические кремниевые подложки пленок ZnO методом ультразвукового «спрей» пиролиза и исследование их темновых и световых вольтамперных характеристик в зависимости от условий формирования гетероструктуры.

Методика эксперимента

В данной работе для формирования гетеропехода p-Si/n-ZnO использовался метод ультразвукового «спрей» пиролиза.

Получение гетероструктур p-Si/n-ZnO методом «спрей» пиролиза.

Раствор для получения пленок ZnO методом «спрей» пиролиза приготавливался путем растворения 0,1М дигидрата ацетата цинка в смеси ацетона и деионизованной воды в объемном соотношении 1:9мл. В качестве легатуры использовался прекурсор нитрата алюминия ($\text{AlNO}_3 \cdot 9\text{H}_2\text{O}$). Атомный процент легатуры в растворе составлял $\text{Al:Zn} = 0.15\%$. Данный раствор наносился на нагретую кремниевую подложку путем ультразвукового (УЗ) распыления.

На рис. 1а и 1б схематически изображены установка и процесс формирования пленок ZnO методом УЗ «спрей» пиролиза. Сначала в УЗ ванну заливался раствор, приготовленный по вышеописанной методике. После нагрева подложки до заданной температуры с помощью УЗ над поверхностью раствора формировалось облако из микрочастиц раствора, которое достигало поверхности подложки. В результате соприкосновения микрочастиц раствора с нагретой подложкой, происходило формирование наноструктурированной пленки ZnO на кремниевой подложке. Частота УЗ колебаний составляла 40 КГц, что позволяло получать микрокапельки раствора размером от 1 до 10 мкм. Температура подложек варьировалась в диапазоне от 200°C до 400°C. Для обеспечения высокой проводимости после нанесения пленок ZnO методом «спрей» пиролиза, на некоторых образцах методом золь-геля наносился еще дополнительный слой ZnO (Al).

Для получения гетероструктур p-Si/n-ZnO в качестве подложек использовался монокристаллический кремний p-типа с удельным сопротивлением (3-10) Ом·см и с ориентацией (100) фирмы «Si-Mat». Подложка кремния имела квад-

ратную форму с площадью 1 см^2 . Перед нанесением пленки ZnO, некоторые подложки кремния травились в концентрированной HF в течение 1 минуты для удаления естественного оксидного слоя SiO_2 , а затем тщательно промывались дистиллированной водой.

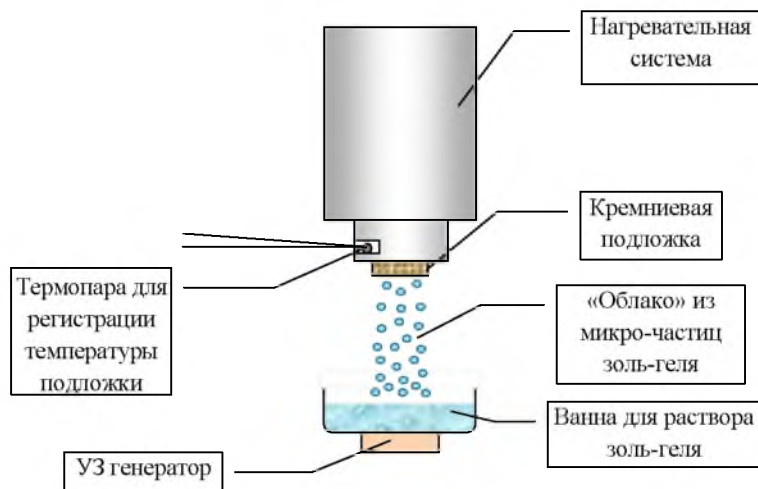


Рис. 1 а. Схематический вид установки и процесса формирования пленок ZnO методом УЗ «спрей» пиролиза.



Рис 1. б Фотоизображение «облака» из микрочастиц раствора золь-геля в УЗ ванне.

После формирования гетероструктуры p-Si/n-ZnO на обратной стороне кремниевой подложки создавался нижний контакт путем термического напыления Al на подложку, нагретую до температуры 200°C . Затем для получения p^{+} слоя и формирования омического контакта проводился процесс диффузии алюминия в кремниевую подложку при температуре 450°C в течение 30 минут. Одновременно с процессом диффузии происходил отжиг пленки ZnO в вакууме $1,5 \cdot 10^{-5}$ мм.рт.ст. Нами было установлено, что отжиг в вакууме приводит к увеличению проводимо-

сти пленки ZnO, легированной алюминием, почти на один порядок. Наличие p^+ слоя под алюминиевым контактом обеспечивало одновременно формирование омического контакта и дополнительного потенциального барьера для генерированных светом неосновных носителей заряда (электронов). Наличие такого потенциального барьера приводит к уменьшению поверхностной рекомбинации на обратной стороне гетероструктуры. Верхний контакт к пленке ZnO создавался методом вакуумного термического напыления алюминия через маску. Напыление проводилось при температуре подложки 200°C . Схематический вид гетероструктуры с контактными площадками показан на рис. 2.

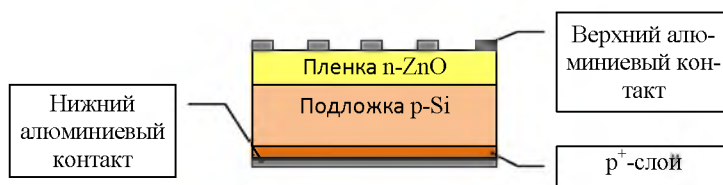


Рис. 2. Схематический вид гетероструктуры p-Si/n-ZnO.

Измерение вольтамперных характеристик проводилось при комнатной температуре стандартным методом с использованием стабилизированного источника напряжения, цифрового миллиамперметра и вольтметра.

Исследование вольтамперных характеристик гетероструктур p-Si/n-ZnO

На рис. 3 приведена зонная диаграмма гетероперехода p-Si/n-ZnO для случая, когда слой ZnO характеризуется проводимостью, близкой к металлической. Как было отмечено выше, результаты измерений проводимости четырехзондовым методом показали, что пленки ZnO, легированные алюминием, после отжига в вакууме приобретают металлическую проводимость с удельным сопротивлением $\rho \sim 10^{-3} \text{ Ом}\cdot\text{см}$.

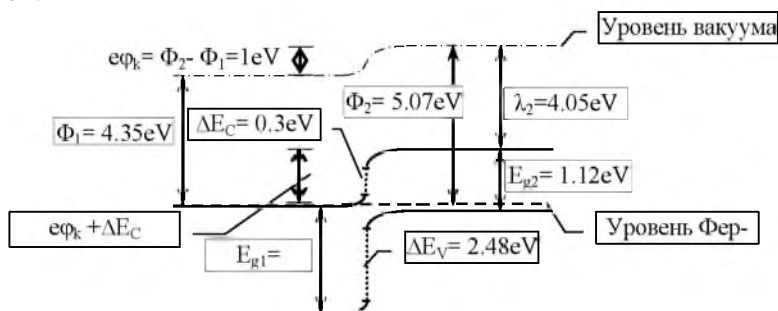


Рис. 3. Энергетическая зонная диаграмма гетероструктуры p-Si/n-ZnO.

Отличительной особенностью данной гетероструктуры от кремниевых солнечных элементов является наличие широкозонной n -области, сформированной

пленкой ZnO. Как известно, солнечные элементы на основе гетеропереходов с широкозонным верхним слоем, по сравнению с обычными кремниевыми солнечными элементами, могут обеспечить более высокие значения эффективности за счет увеличения спектрального отклика в сторону коротковолновых фотонов. Теоретически предельное значение к.п.д. таких солнечных элементов для «идеальных» гетеропереходов с широкозонной областью ~ 3 эВ в условиях АМ 1,5 составляет более 30%.

На рис. 4а, 4б и 4в приведены типичные темновые и световые ВАХ гетероструктур p-Si/n-ZnO (образцы №1, 2 и 3), полученные методом «спрей» пиролиза при температурах подложки 3000 С, 3700 С и 4000 С, соответственно. Были получены также образцы при температуре подложки 2000 С, однако эти образцы имели очень низкую фоточувствительность и далее не исследовались. Темновые ВАХ всех гетероструктур имеют диодную ВАХ. Как видно из рис. 4а и 4в, гетероструктуры, полученные при температурах 3000 С (образец №1), и 4000 С (образец №3) имеют практически одинаковые значения тока короткого замыкания и напряжения холостого хода. Почти одинаковы также и значения фототока при равных значениях обратного напряжения. Однако образец №2, полученный при температуре 3700 С, существенно отличается от образцов №1 и №3 по значениям тока короткого замыкания (почти на порядок) и напряжения холостого хода (почти в два раза). Поскольку разность температур подложек незначительна, то, остается предположить, что это отличие обусловлено тем, что перед нанесением слоя ZnO поверхность кремниевой подложки образца №2, в отличие от образцов №1 и 3, не подвергалась травлению в концентрированной HF. Травление в концентрированной HF, по-видимому, приводит к выявлению дефектов на гетерогранице и образованию дополнительных центров рекомбинации.

Было обнаружено, что с увеличением обратного напряжения происходит увеличение фототока вплоть до $15\text{--}20\text{ мА/см}^2$. Такое поведение обратной ветви световой ВАХ обусловлено, скорее всего, наличием тонкого диэлектрического слоя SiO₂ на границе гетероперехода, которая или исходно существует на поверхности подложки, или формируется в процессе осаждения и пиролиза раствора ZnO(Al). На подложке, которая не подвергалась травлению (образец №2), этот слой существовал изначально, а на подложках образцов №1 и 3 слой SiO₂ формировался в процессе осаждения и пиролиза раствора ZnO(Al). Этот слой, как барьер, препятствует разделению генерированных светом фотоносителей, которые рекомбинируют на границе гетероперехода через рекомбинационные уровни, обусловленные дислокациями несоответствия, и дают малый вклад в фототок. Увеличение обратного напряжения, по-видимому, приводит к уменьшению высоты барьера и возникновению надбарьерного тока через диэлектрический слой SiO₂. В результате, фотоносители, прошедшие через барьерный слой SiO₂, оказываются удаленными от гетерограницы, что снижает рекомбинационные потери на гетерогранице. Полученные результаты показывают, что выбором толщины слоя SiO₂ можно оптимизировать фотовольтаические характе-

ристики данной гетероструктуры.

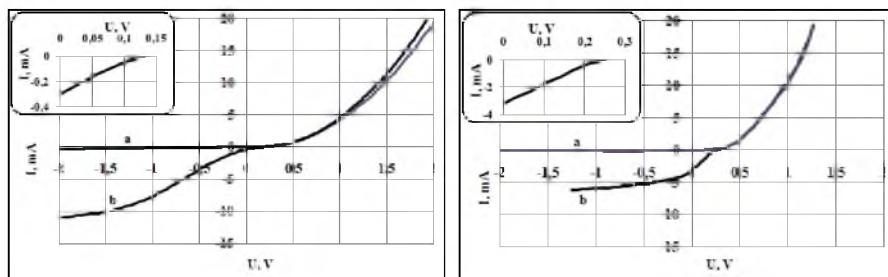


Рис. 4а Темновая и световая ВАХ образца №1 Рис.4б. Темновая и световая ВАХ образца №2

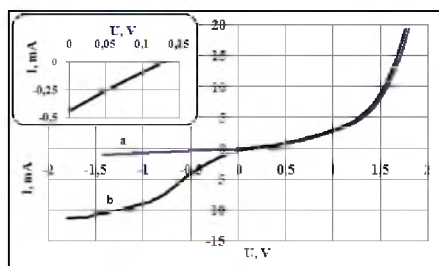


Рис. 4в Темновая и световая ВАХ образца №3

Заключение

Разработан химический состав раствора для получения легированных Al пленок ZnO методом «спрей» пиролиза. Показано, что гетероструктуры p-Si/n-ZnO, полученные с применением разработанной методики осаждения пленок ZnO, имеют диодную ВАХ. Световая ВАХ этих гетероструктур сильно зависит от технологии нанесения слоя ZnO.

ЛИТЕРАТУРА

1. Goyal D., Solanaki P., Marathe B., Takwale M., Bhide V., Deposition of Aluminum-Doped Zinc Oxide Thin Films by Spray Pyrolysis, Jpn. J. Appl. Phys. 31, 361, 1992.
2. Lee C.J., Lee T.J., Lyu S.C., Zhang Y., Ruh H., and Lee H.J., Transparent conducting aluminum-doped zinc oxide thin films for organic light-emitting devices, Appl. Phys. Lett. 76 (3), 259–261, 2000.
3. Hoffman R.L., Norris B.J., and Wager J.F., ZnO-based transparent thin-film transistors, Appl. Phys. Lett. 82, 733, 2003.
4. Valentini L., Losacoo A., Preparation of transparent conducting zinc oxide films by reactive sputtering, Solar Energy Mater. 16, 91, 1987.
5. Kuroyanagi A., Properties of aluminum-doped ZnO thin films grown by electron beam evaporation, Jpn. J. Appl. Phys. 28, 219, 1989.

6. Sankur H., Cheung J.T., Highly Oriented ZnO Films Grown by Laser Evaporation, Vac. Sci. Technol. A1, 1806, 1983.
7. Pradhan D., Z. Su, Sindhvani S., Honek J.F., and Leung K.T., Electrochemical Growth of ZnO Nanobelt-Like Structures at 0 °C: Synthesis, Characterization, and in-Situ Glucose Oxidase Embedment, J. Phys. Chem. C. 2011, 115, 18149–18156.
8. Elias P. Ferreira-Neto, Flavio L.S. de Carvalho, Sajjad Ullah, Vinicius C. Zoldan, Andre' A. Passa, Adriano Lopes de Souza, Liliane C. Battistola, Petra Rudolf, Sara Aldabe Bilmes, Ubirajara P. Rodrigues-Filho, Surface structure and reactivity study of phosphotungstic acid/nitrogenated Organosols, J Sol-Gel Sci Technol (2013) 66: 363–371.
9. Baik D.G., Cho S.M., Application of sol-gel derived films for ZnO/n-Si junction solar cells, Thin Solid Films 354, 227, 1999.

INVESTIGATION OF I-V CHARACTERISTICS OF P-SI/N-ZNO DIODE HETEROSTRUCTURES PREPARED BY ULTRASONIC SPRAY PYROLYSIS METHOD.

SUMMARY

This work is devoted to the development of processing for deposition of aluminium doped ZnO film on crystalline silicon substrate and formation of p-Si/n-ZnO diode heterostructures. For deposition of ZnO films the ultrasonic spray pyrolysis was applied. It was shown that the resistivity of ZnO films after thermal annealing in vacuum decreases up to $\rho \sim 10^{-3}$ Ohm·cm close to metallic. It was investigated dark and light current-voltage (I-V) characteristics of p-Si/n-ZnO heterostructures prepared at different technological conditions, in particular at different pyrolysis temperature and different prior treatment of Si substrate.

The dark I-V measurements have shown that all p-Si/n-ZnO heterostructures exhibit diode characteristic. It was shown that variation of pyrolysis temperature from 300°C to 400°C has not strong impact on the heterostructures photosensitivity. Prior wet etching of Si surface influence on photosensitivity more cardinal than pyrolysis temperature. The investigations of light I-V characteristics shown a general regularity typical for all heterostructures, videlicet, the increasing of photocurrent up to 20 mA/cm² (AM1,5 and 50 mWt/cm²) with the increasing of reverse voltage. Such significant increase of photocurrent probably related with reduction of recombination at the interface of Si/ZnO.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ВИНБЛАСТИНА И ЕГО ПРОИЗВОДНЫХ С ДНК МЕТОДОМ МОЛЕКУЛЯРНОЙ ДИНАМИКИ

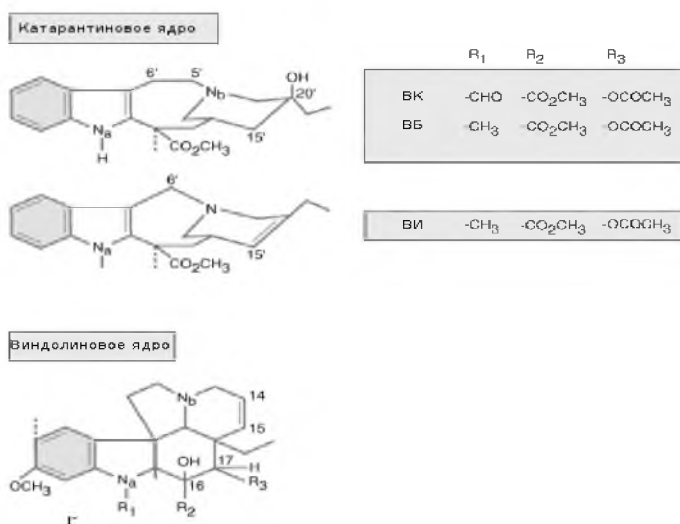
О. Грабский, Л. Унанян

АННОТАЦИЯ

В современной онкологии, кроме классических синтетических антиопухолевых препаратов, используются также природные биологически активные соединения растительного происхождения: фитотоксины [1]. Значительную часть среди них составляют соединения алколоидного ряда, ярким примером которых можно считать алкалоиды барвинка (Катарантус розовый): винбластин (ВБ) и его полусинтетические производные винкристин (ВК) и винорельбин (ВИ). Данные соединения имеют димерную структуру, состоящую из двух ароматических колец: индольное ядро (катарантин) и дигидроиндольное ядро (виндолин), соединенные вместе. Структурно ВК и ВБ идентичны, кроме одной замены в виндолиновом ядре, где ВК и ВБ имеют формильные и метильные группы. ВИ в результате модификации катаринтинового ядра более липофилен, чем остальные алкалоиды (рис.1.). Необходимо отметить, что степень цитотоксичности ВК выше, чем ВБ и ВИ [1].

Ключевые слова: ММД, ВБ, ВК, ВИ, ДНК.

Выбор данных соединений обусловлен тем, что несмотря на структурные особенности, при использовании их в медицинской практике важным является высокий риск побочных явлений, обусловленных возможным взаимодействием с генетическим материалом клетки.



ис.1. Химические структуры ВИ, ВК и ВБ

Целью данной работы являлось исследование возможного прямого взаимодействия этих соединений с ДНК методом молекулярной динамики (ММД) и выявление пространственных, энергетических и других параметров данного процесса.

Материалы и методы. В основе ММД лежит модельное представление о многоатомной молекулярной системе, в которой все атомы представляют собой материальные точки [2; 3].

При создании моделей молекул ВБ, ВК и ВИ были получены силовые поля и топологические файлы с использованием разных программ по биомоделированию [4–9]. Для проведения компьютерного эксперимента был создан фрагмент двухцепочечного ДНК в форме, состоящей из 26 пар оснований, со следующей последовательностью в соответствии с принятыми протоколами по биомоделированию [10].



Для моделирования в качестве пространственного бокса был выбран додекаэдр с диаметром $176 \text{ \AA}$ с длиной ребра $74.54 \text{ \AA}$ и с объемом 3173.75 нм^3 , количество воды и ионов 41277 мол.

Время симуляции – 12 нс., временной шаг $\Delta t = 2$ фс, при постоянной температуре $T = 300$ К и давлением в 1 атм.

Координаты всех атомов записывались каждые 2 пс. Расчетные критерии радиуса взаимодействия рассчитывались по стандарту: для Кулоновских взаимодействий - 0.9 нм, Ван-дер-Ваальсовских взаимодействий - 1.4 нм [11].

Результаты и обсуждения. Для исследования возможности прямого взаимодействия вышеуказанных соединений с ДНК был проведен «компьютерный эксперимент». Используя метод «слепой способ», описывающий энергетически выгодные точки взаимодействия [12; 13] были получены возможные места связывания всех трех соединений с ДНК.

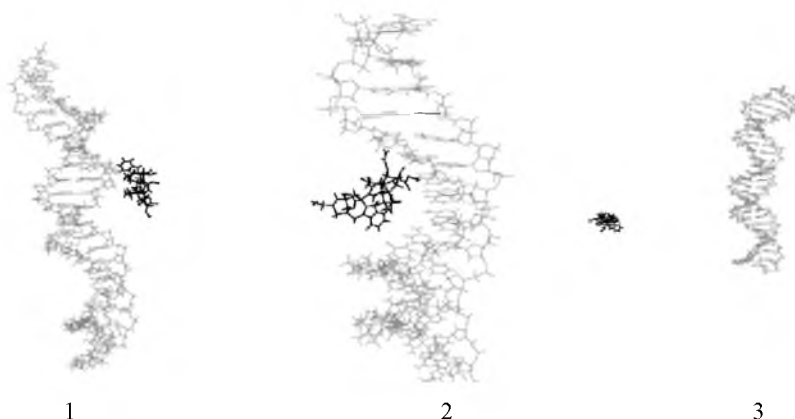


Рис. 2. Возможные места связывания на молекуле ДНК: 1) и 2) ВВ и ВИ: взаимодействие с большим желобком, 3) ВК -взаимодействие не наблюдается.

На Рис. 2 показаны возможные места прямого взаимодействия ВК, ВБ и ВИ с ДНК. Отметим, что ВБ взаимодействуют с фосфатными группами сахарофосфатного остова участка 5'-CAG-3' большого желобка ДНК, а ВИ взаимодействуют с большим желобком, перекрывая 5'-CAG-3', 3'-GTC-5' участки с фосфатными группами сахарофосфатного остова. Взаимодействие ВК с ДНК не наблюдается.

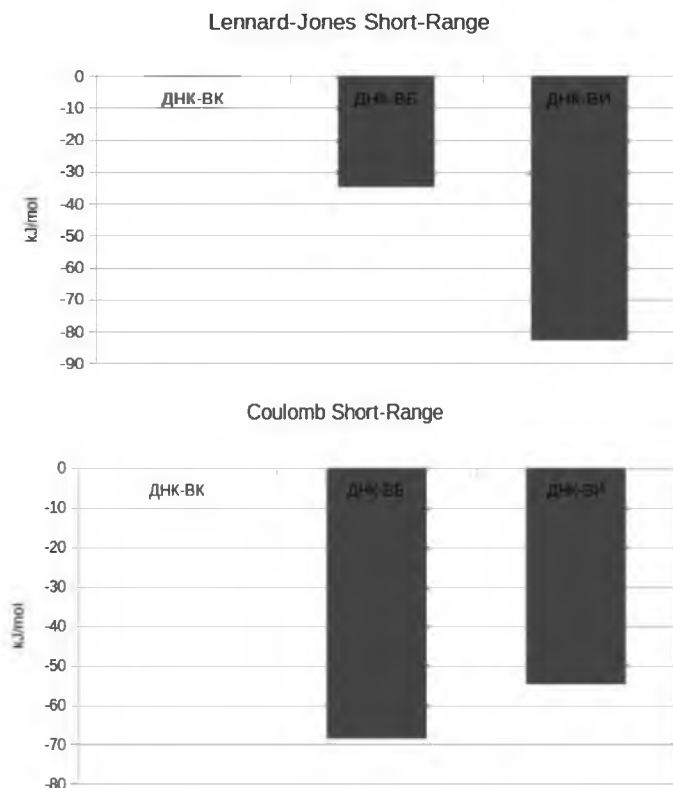


Рис. 3. Энергетика Кулоновских и Ван-дер-Ваальсовых взаимодействий:

Нужно констатировать, что взаимодействие происходит как за счет образования водородных связей, так и силами Кулоновских взаимодействий (Рис. 3э).

На Рис. 3 показаны значения, полученные при «компьютерном эксперименте» для трех соединений. Как видно из рисунка, ВИ имеет более высокое сродство к ДНК по сравнению с ВБ-ом, хотя у ВБ электростатическое взаимодействие (за счет Кулоновских сил) выше, чем у ВИ.

С точки зрения взаимодействия с ДНК, эти соединения располагаются в следующей последовательности – ВК < ВБ < ВИ. Таким образом, из полученных результатов следует, что предпочтительнее использование ВК, так как оно не взаимодействует с ДНК. ВБ имеет меньшее сродство, а что касается ВИ, то оно самое неблагоприятное, так как способно полностью перекрывать большой желобок.

При правильном выборе и использовании программных пакетов по биомоде-

лированию, особенно для низкомолекулярных соединений типа ВБ, ВИ и ВК ММД, дает нам возможность получить очень ценные данные, которые не всегда доступны в лабораторных условиях и более детально изучить процесс взаимодействия двух и более соединений в разных пространственно-временных критериях.

Должны выразить благодарность: благодарим д.б.н., профессору Вардапетяну Г.Р. за содействие в проделанной работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Weichselbaum RR et al., editors. Holland-Frei Cancer Medicine. 6th edition. Hamilton (ON): BC Decker, 2003.
2. Allen M.P. and Tildesley D.J., Oxford: Clarendon Press, 2002.
3. Шноль Э.Э., Гривцов А.Г. и др., М.: Наука, 1996.
4. Hess B., Kutzner C., Van der Spoel D., E. J. Chem. Theory Comput. 4. PP. 435–447, 2008.
5. E. Pettersen, Goddard T., Huang C., et al. J., Comput Chem., 25(13). PP.1605–1612, 2004.
6. Wang J., Wolf R., Caldwell J., et al., J. of Comput. Chem 25, PP. 1157–1174, 2004.
7. Wang J., Wang W., Kollman P., Case D, J. of Mol., Graph. and Mod., 25. PP. 247–260, 2006
8. Marvin , Chem Axon (<http://www.chemaxon.com>), 2012.
9. Da Silva S., Vranken A., Laue W.E., Manuscript to be submitted.
10. Macke T., Svrcek-Seiler W.A. et al, A Comp. Lang. for Struc Exp. Updated , 2012.
11. Hornak V, Abel R., et al, Struc., Function, and Bioinform. V. 65. PP. 712–725, 2006.
12. <http://autodock.scripps.edu/resources/adt>.
13. <http://vina.scripps.edu/>.

ЭЛЕКТРОННЫЕ СОСТОЯНИЯ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ КВАНТОВОЙ ТОЧКЕ С ПОТЕНЦИАЛОМ МОРСА

Т.В. Команджян

tiko17_@mail.ru

АННОТАЦИЯ

Теоретически исследованы электронные состояния в цилиндрической квантовой точке, ограниченный по направлению оси цилиндра потенциалом Морса, а по радиальному направлению – квадратичным потенциалом. Получены аналитические выражения для волновой функции и энергии электрона. Выявлен критерий квантового выброса электрона из цилиндрической квантовой точки.

Ключевые слова: Цилиндрическая квантовая точка, потенциал Морса.

1. Введение

Современные полупроводниковые технологии позволяют создавать квантовые наноструктуры, которые обладают интересными физическими свойствами. В таких низкоразмерных полупроводниковых структурах движение носителей заряда ограничено в одном, в двух и в трех направлениях. Первый класс таких структур называют размерно квантованные (РК) пленки. В них движение носителей заряда ограничено в одном направлении, а в двух других – частица движется свободно. Когда движение ограничено в двух направлениях, то такие структуры называются квантовыми проволоками. И, наконец, третья группа этих структур называется квантовыми точками (КТ) [1–2]. Последние являются самыми интересными из всех трех структур, так как энергия носителей заряда ограничено во всех трех направлениях. Все вышеперечисленные структуры выращиваются в различных диэлектрических матрицах. В зависимости от метода роста можно выращивать КТ различных форм и размеров [1, 3–7].

Во время роста полупроводниковой КТ из за диффузии возникает ограничивающий потенциал, который, в большинстве случаев, с большой точностью аппроксимируется параболическим потенциалом. Однако в действительности параболический потенциал реализуется только для нижних энергетических уровней. Очевидно, что с ростом квантового числа ход ограничивающего потенциала расходится с параболическим. Для более успешной и реалистичной аппроксимации формируемого ограничивающего потенциала используются разные модели потенциала [8–10]. Один из вариантов учета непараболичности ограничивающего потенциала является использование потенциала Морса [11, 12].

В данной работе теоретически исследованы электронные состояния в цилиндрической КТ с потенциалом Морса.

2. Электронные состояния

Рассмотрим движение электрона в цилиндрической КТ, который ограничен по оси цилиндра (ось Z) потенциалом Морса, а в радиальном направлении – параболическим потенциалом. Тогда потенциальная энергия электрона в цилиндрических координатах запишется в виде

$$U(\rho, Z) = \tilde{A}_0 + \tilde{A}_0 \left(e^{-\frac{2(Z-Z_0)}{\tilde{\beta}_0}} - 2e^{-\frac{(Z-Z_0)}{\tilde{\beta}_0}} \right) + \frac{m_e^* \omega^2 \rho^2}{2}, \quad (1)$$

где $\tilde{A}_0$ и $\tilde{\beta}_0$ – соответственно, глубина и ширина потенциальной ямы, m_e^* – эффективная масса электрона. Связь между высотой цилиндрической КТ и шириной потенциальной ямы задается в виде $h_0 = \delta_h \tilde{\beta}$, а частота ω связана с радиусом цилиндра R_0 формулой $\omega = \delta_\omega \frac{\hbar}{m_e^* R_0^2}$, где параметры δ_h и δ_ω определяются из эксперимента. Вид потенциальной энергии электрона, в зависимости от ширины и глубины потенциальной ямы Морса, приведен на Рис. 1 а и б.

Гамильтониан системы в цилиндрических координатах и безразмерных величинах можно представить в виде суммы гамильтонианов подсистем:

$$\hat{H} = \hat{H}_1 + \hat{H}_2, \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} \hat{H}_1 &= -\frac{\partial^2}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \gamma r^2, \quad \hat{H}_2 = \\ &= -\frac{\partial^2}{\partial z^2} + A_0 + A_0 B_0 \left(e^{-\frac{2z}{\beta_0}} B_0 - 2e^{-\frac{z}{\beta_0}} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь введены обозначения $r = \frac{\rho}{a_B}$, $z = \frac{Z}{a_B}$, $A_0 = \frac{\tilde{A}_0}{E_R}$, $B_0 = e^{\frac{z_0}{\tilde{\beta}_0}}$, $\beta_0 = \frac{\tilde{\beta}_0}{a_B}$

, $\gamma = \left(\frac{m_e^* \omega a_B^2}{\hbar} \right)^2$, где $E_R = \frac{\hbar^2}{2m_e^* a_B^2}$ – эффективная энергия Ридберга,

$a_B = \frac{\kappa \hbar^2}{m_e^* e^2}$ – эффективный боровский радиус электрона, κ – диэлектрическая проницаемость, e – заряд электрона.

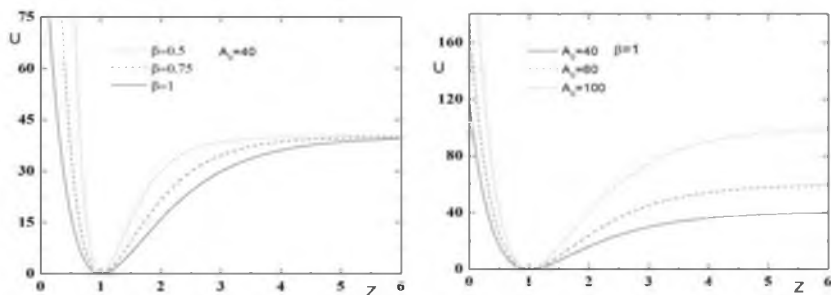


Рис. 1. а) Потенциал Морса для различных значений ширины потенциальной ямы

б) для различных значений глубины потенциальной ямы.

Полную волновую функцию системы ищем в виде

$$\Phi(r, \varphi, z) = C e^{im\varphi} \chi(z) R(r), \quad (4)$$

где m – магнитное квантовое число а C – нормировочный коэффициент.

Тогда задача сводится к нахождению электронных состояний подсистем по отдельности. После подстановки волновой функций для радиальной части системы получаем:

$$R''(r) + \frac{1}{r} R'(r) + \left(\varepsilon_r - \gamma r^2 - \frac{m^2}{r^2} \right) R(r) = 0. \quad (5)$$

Сделав замену переменной $\xi = r^2 \sqrt{\gamma}$, для уравнения (5) получаем

$$\xi R''(\xi) + R'(\xi) + \left(-\frac{\xi}{4} - \frac{m^2}{4\xi} + \frac{\varepsilon_r}{4\sqrt{\gamma}} \right) R(\xi) = 0. \quad (6)$$

Решение уравнения (6) ищем в виде $R(\xi) = e^{-\xi/2} \xi^{|m|/2} \Omega(\xi)$ и получаем уравнение Куммера [13]:

$$\xi \Omega''(\xi) + (|m| + 1 - \xi) \Omega'(\xi) + \left(\frac{\varepsilon_r}{4\sqrt{\gamma}} - \frac{|m| + 1}{2} \right) \Omega(\xi) = 0, \quad (7)$$

решения которого задаются гипергеометрическими функциями Гаусса:

$$\Omega(\xi) = {}_1F_1 \left\{ - \left(\frac{\varepsilon_r}{4\sqrt{\gamma}} - \frac{|m| + 1}{2} \right), |m| + 1, \xi \right\}. \quad (8)$$

Окончательно, для радиальной волновой функции подсистемы получаем

$$R(r) = e^{-r^2 \sqrt{\gamma}/2} \left(r^2 \sqrt{\gamma} \right)^{|m|/2} {}_1F_1 \left\{ - \left(\frac{\varepsilon_r}{4\sqrt{\gamma}} - \frac{|m| + 1}{2} \right), |m| + 1, r^2 \sqrt{\gamma} \right\}. \quad (9)$$

Так как волновая функция должна удовлетворять стандартным условиям,

т.е. оставаться конечным, то нужно, чтобы выполнялось следующее соотношение: $\frac{\varepsilon_r}{4\sqrt{\gamma}} - \frac{|m|+1}{2} = n_r$, где n_r – радиальное квантовое число. Тогда вырожденная гипергеометрическая функция будет полиномом степени n_r . Окончательно для энергии радиальной подсистемы получим

$$\varepsilon_r = 2\sqrt{\gamma}(N+1), \quad (10)$$

где N – осцилляторное квантовое число, $N = 2n_r + |m|$, $N = 0, 1, 2, \dots$

По направлению оси цилиндра Z получается уравнение:

$$\chi''(z) + \left(\varepsilon_z - A_0 - A_0 B_0 \left(e^{-\frac{2z}{\beta_0}} B_0 - 2e^{-\frac{z}{\beta_0}} \right) \right) \chi(z) = 0. \quad (11)$$

Введя новые обозначения $\xi = 2\beta_0 B_0 \sqrt{A_0} e^{-\frac{z}{\beta_0}}$, $s = \beta_0 \sqrt{-\varepsilon'_z}$, $n_z = \beta_0 \sqrt{A_0} - \left(s + \frac{1}{2}\right)$, получаем следующие уравнения:

$$\frac{d^2 \chi(\xi)}{d\xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{d\chi(\xi)}{d\xi} + \left(-\frac{1}{4} + \frac{n_z + s + \frac{1}{2}}{\xi} - \frac{s^2}{\xi^2} \right) \chi(\xi) = 0. \quad (12)$$

где введено обозначение $\varepsilon'_z = \varepsilon_z - A_0$, $\varepsilon_z = \frac{E_z}{E_R}$. Решение уравнения (12) ищем в

виде $\chi(\xi) = e^{-\xi/2} \xi^s \Omega(\xi)$ и для $\Omega(\xi)$ приходим к уравнению Куммера (13):

$$\xi \Omega''(\xi) + (2s + 1 - \xi) \Omega'(\xi) + n_z \Omega(\xi) = 0 \quad (14)$$

Решение уравнения (15) задается вырожденной гипергеометрической функцией 1-ого рода:

$$\Omega(\xi) = {}_1F_1(-n_z, 2s + 1, \xi), \quad (16)$$

Окончательно, волновая функция по оси КТ примет следующий вид:

$$\chi(z) = e^{-\left(\beta_0 B_0 \sqrt{A_0} e^{-\frac{z}{\beta_0}}\right)} \left(2\beta_0 B_0 \sqrt{A_0} e^{-\frac{z}{\beta_0}} \right)^s {}_1F_1\left(-n_z, 2s + 1, 2\beta_0 B_0 \sqrt{A_0} e^{-\frac{z}{\beta_0}}\right), \quad (17)$$

А энергия подсистемы будет определяться выражением:

$$\varepsilon_z = A_0 - \left[\sqrt{A_0} - \frac{1}{\beta_0} \left(n_z + \frac{1}{2} \right) \right]^2, \quad (18)$$

где n_z – квантовое число по направлению Z , которое принимает значения $n_z = 0, 1, 2, \dots$. Для полной энергии системы получаем

$$\varepsilon = \varepsilon_r + \varepsilon_z, \quad (19)$$

где ε_r и ε_z определяются выражениями (10) и (18), соответственно.

3. Обсуждение

Перейдем к обсуждению полученных результатов. Отметим, что численные расчеты сделаны для цилиндрической КТ из *GaAs* со следующими параметрами: $\mu_e = 0.067m_e$, $\kappa = 13.8$, $E_R = 5.275$ мэВ, $a_B = 104$ Å. На Рис. 2 приведена зависимость энергии радиальной подсистемы от величины γ . Как видно из рисунка, энергия электрона увеличивается с увеличением параметра γ , так как с увеличением параметра γ ограничивающий квадратичный потенциал по радиальному направлению сужается, и локализация электрона уменьшается. Это приводит к увеличению энергии электрона. Отметим также, что с увеличением параметра γ увеличиваются межуровневые расстояния энергии. Так, например, разница энергии первых двух уровней, когда $\gamma = 1$ составляет $\Delta\varepsilon = 8$, $\gamma = 2$ составляет $\Delta\varepsilon = 11,3137$, а при $\gamma = 4$: $\Delta\varepsilon = 16$.

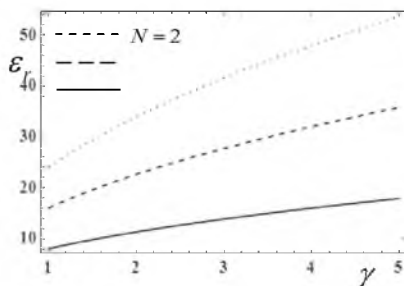


Рис. 2. Зависимость энергии радиальной подсистемы от параметра γ для первых трех уровней.

На Рис. 3а и 3б приведены зависимости энергии электрона по оси Z цилиндрической КТ от величины ширины и глубины потенциала Морса. Как видно из Рис. 3а, с уменьшением ширины потенциальной ямы, энергия ε_z увеличивается, что является следствием увеличения вклада РК. Следует отметить, что с уменьшением ширины потенциальной ямы, увеличиваются также межуровневые расстояния энергии. Обратная картина наблюдается при изменении глубины потенциальной ямы: с уменьшением глубины потенциальной ямы энергия электрона уменьшается, а энергетические уровни сближаются.

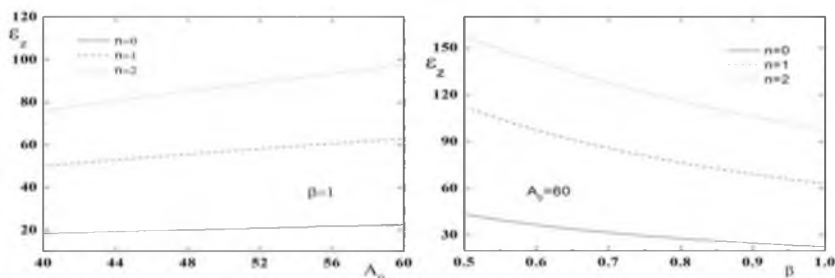


Рис.3. Зависимость энергии электрона в цилиндрической квантовой точке, от глубины и ширины потенциальной ямы Морса.

Отметим, что важным различием ограничивающих потенциалов по направлению оси цилиндра (потенциал Морса) и по радиальному направлению (квадратичный потенциал) является то, что первый потенциал является конечным (правая ветвь потенциала), а другой – бесконечным. Это различие приводит к тому, что по направлению оси Z возможно осуществление квантового выброса электрона. Критерием того, что в цилиндрической КТ с потенциалом Морса не существуют энергетические уровни, является условие $\beta\sqrt{A} < \frac{1}{2}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Harrison P., Quantum wells, wires and dots. Theoretical and computational physics. John Wiley & Sons Ltd, NY, 2005.
2. Ղազարյան Է.Մ., Պեղոսյան Ս.Գ., Կիսահաղորդչային նանոէլեկտրոնիկայի ֆիզիկական հիմունքները, ՌՏՀ հրապարակչություն, Եր., 2005.
3. Peng X., et al., Nature, Vol. 404, 6773, 59–61 (2000).
4. Gong L., et al., Superlattices and Microstructures, Vol. 61, 81–90, 2013.
5. Dvovyan K.G., Hayrapetyan D.B., Kazaryan E.M., Nanoscale Research Letters, Vol. 4, 2, 106–112, 2009.
6. Kazaryan E.M., Kostanyan A.A., Poghosyan R.G., Journal of Physics: Conference Series, Vol. 350, 1, 5, 2012.
7. Hayrapetyan D.B., Kazaryan E.M., Tevosyan H.Kh., PHYSICA E, Vol. 46, 274–278, 2012.
8. Ciurla M., Adamowski J., Szafran B., Bednarek S., PHYSICA E, Vol. 15, 261–268, 2002.
9. Aghekyan N.G., Kazaryan E.M., Kostanyan A.A., Sarkisyan H.A., Proceedings of the SPIE, Vol. 7998, 9, 2010.
10. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М., Квантовая механика. М.: Наука, 1989.
11. Флюгге З., Задачи по квантовой механике: Т.1, М., Мир, 1974.
12. Справочник по специальным функциям. Под ред. М. Абрамовица и И. Стигана. М.: Наука, 1979.

КВАНТОВОЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ОНДУЛЯТОРНОГО ГЕНЕРАТОРА

С.Г. Оганесян

sogan@freenet.am

АННОТАЦИЯ

На основе квантовоэлектродинамического подхода построена система скоростных уравнений, описывающих работу ондуляторного генератора. В частном случае стационарного режима получено и исследовано выражение для выходной мощности лазера.

Ключевые слова: лазер, стационарный режим, выходная мощность.

1. Теоретическое исследование работы лазерного генератора в представлении вторичного квантования как электромагнитного, так и электронного полей является наиболее адекватным способом анализа особенностей работы любого устройства, стартующего из фотонного вакуума. В настоящей работе на основе этого подхода сформулирована нелинейная система уравнений, описывающая работу ондуляторного генератора. Анализ системы показывает, что в случае, когда число фотонов в резонаторе невелико, то выше порога генератор работает в нестационарном экспоненциальном режиме [1]. На этом этапе происходит формирование лазерного излучения из спонтанного шума электронов. Когда же число фотонов становится больше, существенную роль начинают играть нелинейные эффекты. В результате, в работе генератора возможно установление стационарного режима.

2. Генератор состоит из трех компонентов: пучка свободных электронов, магнитного ондулятора и резонатора. Пусть все электроны движутся вдоль оси резонатора z . Примем, что, когда средняя плотность пучка n_e невелика, то разброс $g(\varepsilon)$ электронов по энергиям ε имеет гауссов вид. Пусть, ширина разброса Δ . Тогда $g(\varepsilon) \equiv g_G(\varepsilon) = \frac{1}{\Delta} \sqrt{\frac{4 \ln 2}{\pi}} \exp[-4 \ln 2 (\varepsilon - \varepsilon_m)^2 / \Delta^2]$, где ε_m и $v_m = c\beta_m$ – средняя энергия и средняя скорость электронов. Пусть проекции векторного потенциала ондулятора на оси x и y равны $A_x^{(u)} = A_u \cos k_u z$ и $A_y^{(u)} = A_u \sin k_u z$, а его длина совпадает с длиной резонатора L . Сам резонатор состоит из двух зеркал, выполненных в виде плоских бесконечных, идеально проводящих пластин. Реальные потери на зеркалах вводятся модификацией уравнения баланса для числа фотонов. В работе исследуется эволюция поля только одной r -ой моды резонатора, электрическое поле которой $E_{r,x}(z,t) = E_r \sin(\omega_r t + \varphi_r) \sin k_r z$; $k_r = r\pi/L$, где целое число $r = 1, 2, \dots$.

3. Чтобы упростить анализ, будем описывать электрон на основе уравнения

Клейна-Гордона (К-Г) $-\hbar^2 (\partial^2 / \partial t^2) \Psi = [c^2 \hat{p}^2 + (mc^2)^2] \Psi$, опуская вклад его магнитного момента. При описании пучка электронов, мы пренебрегаем взаимодействием электронов, однако учитываем принцип Паули. Используя формализм Лагранжа [2], можно рассчитать среднюю величину функции Гамильтона. Это выражение $\bar{H} = \int dV [(-i\hbar \partial \Psi^* / \partial t)(i\hbar \partial \Psi / \partial t) + (c\hat{p}^* \Psi^*)(c\hat{p} \Psi) + (mc^2)^2 \Psi^* \Psi]$

позволяет а) установить общий вида функции Гамильтона $\bar{H}_{\text{int}}^{\text{total}}$, ответственную за электрон-фотонное ($e-ph$) взаимодействие, и б) для перехода в представление вторичного квантования. В $\bar{H}_{\text{int}}^{\text{total}}$ нам достаточно учесть слагаемое $\bar{H}_{\text{int}} = \int dV (e\vec{A})^2 \Psi^* \Psi$, где $\vec{A}$ – векторный потенциал полей.

4. Для детального квантового описания пучка электронов удобно перейти от непрерывного спектра импульсов свободной частицы к дискретному спектру. Для этого примем, что нормировочный объем $V_e = L_x L_y L_z$ совпадает с объемом резонатора V_{res} и что волновая функция Ψ удовлетворяет условиям периодичности на его гранях. Тогда решения уравнения К-Г с $\pm$ энергиями будут $\Psi_k^{(\pm)}(\vec{r}, t) = u_k^{(\pm)}(\vec{r}) \exp(\mp i\varepsilon_k t / \hbar)$, где множитель $u_k^{(\pm)}(\vec{r}) = (1/\sqrt{2\varepsilon_k V_e}) \exp(\pm \vec{p}_k \vec{r} / \hbar)$, а $\varepsilon_k = \sqrt{(\vec{p}_k c)^2 + (mc^2)^2}$. Каждому числу $k = 1, 2, 3, \dots$ ставится в соответствие набор из трех целых чисел $n_x, n_y, n_z = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$.

5. Реально пучок электронов получают в результате процесса эмиссии, который носит случайный характер. Поэтому состояние электрона носит смешанный характер. Более того, само число электронов $N_k^{(e)}$ в состоянии k является случайным. Примем, что пучок можно описать статистически с помощью матрицы $w_{k,N}^{(0)}$, определяющей вероятность того, что в состоянии k находится N электронов, где $N = 0, 1$. Тогда $\bar{N}_k^{(0)} = w_{k,N=1}^{(0)}$ – это среднее число электронов, а $w_k^{(0)} = \bar{N}_k^{(0)} / N_e$ и $q_k^{(0)} = w_{k,N=0}^{(0)} = 1 - \bar{N}_k^{(0)}$, соответственно, вероятность встретить чистое состояние k и вероятность того, что в нем нет электронов. Если $\bar{N}_k^{(0)} \ll 1$, то, учитывая пункт 2, мы получаем, что

$$\bar{N}_k^{(0)} = N_e (2\pi\hbar v_{z,k} / L) g_G(\varepsilon_k), \quad w_k^{(0)} = (2\pi\hbar v_{z,k} / L) g_G(\varepsilon_k). \quad (1)$$

В результате движения электронов и взаимодействия с полем излучения населенность состояния k начинает изменяться, поэтому $\bar{N}_k^{(0)} \rightarrow \bar{N}_k(t)$, $w_k^{(0)} \rightarrow w_k(t)$, $q_k^{(0)} \rightarrow q_k(t)$, где $N_e w_k(t) = \bar{N}_k(t)$. Так как среднее время пролета электронов через резонатор (см. [3]) $\tau_a = L / v_m$, то процесс установления

распределения (1) хорошо моделирует уравнение $d\bar{N}_k/dt = (\bar{N}_k^{(0)} - \bar{N}_k)/\tau_a$. Точное решение этого уравнения показывает, что в резонаторе через время $t \gg \tau_a$ устанавливается стационарная населенность $\bar{N}_k(t \gg \tau_a) = \bar{N}_k^{(0)}$.

6. Из вида $\bar{H}$ (пункт 3) следует, что для перехода в представление вторичного квантования (см. [4,5]) необходимо сначала записать волновую функцию в виде ряда по k и заменить амплитуды разложения на операторы: $\hat{\Psi}(\vec{r}, t) = \sum (\hat{a}_k \Psi_k^{(+)} + \hat{b}_k^+ \Psi_k^{(-)})$. Затем, заменив $\Psi \rightarrow \hat{\Psi}$ и $\Psi^* \rightarrow \hat{\Psi}^+$ в $\bar{H}$, мы получаем вид оператора $\hat{H}$ в представлении Шредингера $\hat{H} = \sum \varepsilon_k (\hat{a}_k^+ \hat{a}_k + \hat{b}_k^+ \hat{b}_k)$. Из него следует, что операторы $\hat{a}_k$, $\hat{b}_k$ должны удовлетворять следующим правилам коммутации: $\hat{b}_k \hat{b}_n^+ - \hat{b}_n^+ \hat{b}_k = \delta_{kn}$ и $\hat{a}_k \hat{a}_n^+ - \hat{a}_n^+ \hat{a}_k = \delta_{kn}$. Ясно, что этот результат можно использовать лишь в тех случаях, когда: а) при выполнении расчетов сами правила коммутации не играют роли, б) когда начальные условия учитывают принцип Паули, т.е. $0 \leq \bar{N}_k^{(0)} \leq 1$. Оба эти условия выполняются в настоящей работе. Так как в нашей задаче энергия фотона $\hbar\omega_r \ll 2mc^2$, то эффект рождения пар практически невозможен, и можно пренебечь операторами $\hat{b}_k$ и $\hat{b}_k^+$.

7. Выполним квантование электромагнитного поля в резонаторе. Если его энергия нормирована на один фотон, то векторный потенциал поля моды будет

$$A_x(z, t) = (c/\omega_r) \sqrt{4\pi\hbar\omega_r/V_{res}} [c_r \exp(-i\omega_r t) + c_r^* \exp(i\omega_r t)] \sin(k_r z).$$

Заменив $c_r, c_r^* \rightarrow \hat{c}_r, \hat{c}_r^+$, мы получаем, что

$$\hat{A}_x(z, t) = (c/\omega_r) \sqrt{4\pi\hbar\omega_r/V_{res}} [\hat{c}_r \exp(-i\omega_r t) + \hat{c}_r^+ \exp(i\omega_r t)] \sin(k_r z).$$

Операторы $\hat{c}_r$ и $\hat{c}_r^+$ удовлетворяют правилу коммутации $\hat{c}_r \hat{c}_r^+ - \hat{c}_r^+ \hat{c}_r = 1$.

8. Выполним в $\bar{H}_{int}$ замены $\Psi \rightarrow \hat{\Psi}$, $\Psi^* \rightarrow \hat{\Psi}^+$, $\vec{A} \rightarrow \hat{\vec{A}} + \vec{A}^{(u)}$ и $t \rightarrow 0$. Тогда $e-ph$ взаимодействие описывается оператором $\hat{H}_{int} = \sum (J_{k \rightarrow n}^{(-)} \hat{c}_r^+ \hat{a}_n^+ \hat{a}_k + J_{k \rightarrow n}^{(+)} \hat{c}_r \hat{a}_n^+ \hat{a}_k)$, где

$$J_{k \rightarrow n}^{(\mp)} = \mp A_u \frac{e^2}{i2V_e} \sqrt{\frac{\pi \hbar c^2}{V_{res}}} \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_k \varepsilon_n}} \sqrt{\frac{1}{\omega_r}} \int \exp \frac{i}{\hbar} \{ [p_{z,k} \mp \hbar(k_r + k_u) -$$

$-p_{z,n}]/z - p_{x,n}x - p_{y,n}y\} dV$, верхние (-) и нижние (+) знаки соответствуют процессам излучения и поглощения одного фотона одним электроном.

9. Рассчитаем волновую функцию $e-ph$ поля из уравнения Шредингера $i\hbar \partial |\Phi\rangle / \partial t = \hat{H} |\Phi\rangle$, где оператор $\hat{H} = \sum_k \varepsilon_k \hat{a}_k^+ \hat{a}_k + \hbar\omega_r (\hat{c}_r^+ \hat{c}_r + 0,5) + \hat{H}_{int}$.

Перейдем в представление взаимодействия и примем, что $|\Phi(t=-\infty)\rangle = |N_{r,ph}, 1_i^{(e)}, 0_j^{(e)}\rangle$ – начальная волновая функция. Тогда (в линейном по $\hat{H}_{int}$ приближении) после взаимодействия

$$|\Phi(t=+\infty)\rangle = \varphi_{N_{r,ph}} |N_{r,ph}, 1_i^{(e)}, 0_j^{(e)}\rangle + \\ + \varphi_{N_{r,ph}+1} |N_{r,ph}+1, 0_i^{(e)}, 1_j^{(e)}\rangle + \varphi_{N_{r,ph}-1} |N_{r,ph}-1, 0_i^{(e)}, 1_j^{(e)}\rangle,$$

где индекс $i=1,2$, а индекс $j=2,1$. Состояния 1 и 2 имеют энергии $\varepsilon_{1,2} = \varepsilon_{cl} \pm 0,5\hbar\omega_r$, где $\varepsilon_{cl} = mc^2 / \sqrt{1-\beta_{cl}^2}$ и $\beta_{cl} = 1/(1+k_u/k_r)$. Учитывая пункт 5, мы рассчитали вероятности излучения и поглощения одного фотона одним электроном за одну секунду, $w_{1\rightarrow 2} = [\bar{N}_{r,ph}(t)+1]w_1(t)q_2(t) \cdot w_{1\rightarrow 2}^{(0ph)}$ и $w_{2\rightarrow 1} = \bar{N}_{r,ph}(t)w_2(t)q_1(t) \cdot w_{2\rightarrow 1}^{(1ph)}$ в случае, когда объем резонатора и время взаимодействия велики V_{res} , $T \rightarrow \infty$; $w_{1\rightarrow 2}^{(0ph)}$ и $w_{2\rightarrow 1}^{(1ph)}$ – условные вероятности тех же процессов, но когда в резонаторе 0 фотонов или только 1 фотон.

10. Перейдем к пучку электронов. Ясно, что число фотонов, излученных или поглощенных в течение одной секунды, в точности совпадает с числом электронов, принявших участие в этих же процессах. Так как в нашей модели пучок состоит из N_e частиц, то

$$\bar{N}_e^{em/1sec}(t) = \bar{N}_{r,ph}^{em/1sec} = N_e w_{1\rightarrow 2}(t) \quad \text{и} \\ \bar{N}_e^{ab/1sec}(t) = \bar{N}_{r,ph}^{ab/1sec}(t) = N_e w_{2\rightarrow 1}(t).$$

11. Теперь мы можем рассчитать изменения средних чисел фотонов и электронов в течение времени Δt : $\Delta \bar{N}_{r,ph} = N_e w_{1\rightarrow 2} \Delta t - N_e w_{2\rightarrow 1} \Delta t$, $\Delta \bar{N}_1 = -N_e w_{1\rightarrow 2} \Delta t + N_e w_{2\rightarrow 1} \Delta t$, $\Delta \bar{N}_2 = -N_e w_{2\rightarrow 1} \Delta t + N_e w_{1\rightarrow 2} \Delta t$.

Модифицируем первое уравнение, введя в него слагаемое $-\alpha_{mr} \bar{N}_{r,ph} \Delta t$, учитывающее потери числа фотонов на втором зеркале ($\alpha_{mr} = c|\ln r_2|/L$, где r_2 – коэффициент отражения второго зеркала). Введем во второе и третье уравнения слагаемые $(\bar{N}_{1,2}^{(0)} - \bar{N}_{1,2}) \Delta t / \tau_a$ (см. пункт 5). Разделив все три уравнения на $\Delta t \rightarrow 0$ и подставив $w_{i\rightarrow j}$, мы получаем замкнутую систему из трех скоростных уравнений:

$$d\bar{N}_{r,ph}/dt = \left\{ [\bar{N}_1(1-\bar{N}_2)w_{1\rightarrow 2}^{(0ph)} - \bar{N}_2(1-\bar{N}_1)w_{2\rightarrow 1}^{(1ph)}] - \alpha_{mr} \right\} \bar{N}_{r,ph} + \\ + \bar{N}_1(1-\bar{N}_2)w_{1\rightarrow 2}^{(0ph)}, \quad (2)$$

$$d\bar{N}_1/dt = \frac{1}{\tau_a} (\bar{N}_1^{(0)} - \bar{N}_1) - \left[\bar{N}_1 (1 - \bar{N}_2) w_{1 \rightarrow 2}^{(0ph)} - \bar{N}_2 (1 - \bar{N}_1) w_{2 \rightarrow 1}^{(1ph)} \right] \bar{N}_{r,ph} - \bar{N}_1 (1 - \bar{N}_2) w_{1 \rightarrow 2}^{(0ph)}, \quad (3)$$

$$d\bar{N}_2/dt = \frac{1}{\tau_a} (\bar{N}_2^{(0)} - \bar{N}_2) + \left[\bar{N}_1 (1 - \bar{N}_2) w_{1 \rightarrow 2}^{(0ph)} - \bar{N}_2 (1 - \bar{N}_1) w_{2 \rightarrow 1}^{(1ph)} \right] \bar{N}_{r,ph} + \bar{N}_1 (1 - \bar{N}_2) w_{1 \rightarrow 2}^{(0ph)}. \quad (4)$$

В (2) $G = \bar{N}_1 (1 - \bar{N}_2) w_{1 \rightarrow 2}^{(0ph)} - \bar{N}_2 (1 - \bar{N}_1) w_{2 \rightarrow 1}^{(1ph)}$ и $Q = \bar{N}_1 (1 - \bar{N}_2) w_{1 \rightarrow 2}^{(0ph)}$ – коэффициент усиления и скорость спонтанного излучения электронов с учетом эффекта насыщения. Вероятности

$w_{i \rightarrow j}^{(nph)} = 0.5\pi^2 r_0 (c^2 mc^2 / V_{res} \hbar \omega_r^2) K_u^2 \varepsilon_i \beta_m^2 (L / 2\pi \hbar v_{z,i})$, где $n = 0, 1$; $i, j = 1, 2$;

$r_0 = e^2 / mc^2$, $K_u^2 = (eA_u / mc^2)^2$ и $0 \leq \bar{N}_{1,2} \leq 1$. Если отбросить квантовые поправки и учесть, что $\varepsilon_{cl} \cong \varepsilon_m$, то

$w_{1 \rightarrow 2}^{(0ph)} = w_{2 \rightarrow 1}^{(1ph)} \approx w_{spont}^{1mode} = 0.5\pi^2 r_0 (c^2 mc^2 / V_{res} \hbar \omega_r^2) K_u^2 \varepsilon_m \beta_m^2 (L / 2\pi \hbar v_m)$.

12. Рассмотрим детально случай, когда $\bar{N}_{1,2} \ll 1$ и в (2–4) множители $1 - \bar{N}_{1,2} \cong 1$.

Пусть, $\bar{N}_{r,ph} \ll 1$. Опустим в уравнениях (3, 4) вклады от вынужденного и спонтанного излучения. Тогда (для времен $t > \tau_{an}$) из уравнения (2) следуют результаты, полученные в работе [1] (см. пункт 1). Пусть, число фотонов возросло. Оценим выходную мощность лазера выше порога в частном случае стационарного режима. Подставив $d\bar{N}_{r,ph}/dt = d\bar{N}_{1,2}/dt = 0$ в (3–4), мы получаем, что

$$G = \frac{G_0 - \tau_a w_{1 \rightarrow 2}^{(0ph)} w_{2 \rightarrow 1}^{(1ph)} (\bar{N}_1^{(0)} + \bar{N}_2^{(0)})}{1 + (\bar{N}_{r,ph} / N_{r,ph}^{(sat)}) + \tau_a w_{1 \rightarrow 2}^{(0ph)}},$$

$$Q = \frac{Q_0 + \bar{N}_{r,ph} \tau_a w_{1 \rightarrow 2}^{(0ph)} w_{2 \rightarrow 1}^{(1ph)} (\bar{N}_1^{(0)} + \bar{N}_2^{(0)})}{1 + (\bar{N}_{r,ph} / N_{r,ph}^{(sat)}) + \tau_a w_{1 \rightarrow 2}^{(0ph)}},$$

$$N_{r,ph}^{(sat)} = 1 / (\tau_a w_{1 \rightarrow 2}^{(0ph)} + \tau_a w_{2 \rightarrow 1}^{(1ph)}) \cong 1 / 2\tau_a w_{spont}^{1mode}. \quad (5)$$

Здесь $Q_0 = w_{1 \rightarrow 2}^{(0ph)} \bar{N}_1^{(0)}$ и $G_0 = w_{1 \rightarrow 2}^{(0ph)} \bar{N}_1^{(0)} - w_{2 \rightarrow 1}^{(1ph)} \bar{N}_2^{(0)}$ – скорость спонтанного излучения пучка электронов и коэффициент усиления генератора без учета эффекта насыщения, параметр $N_{r,ph}^{(sat)}$ определяет насыщающее число фотонов. Учитывая (1), (5) и (2), мы получили квадратное уравнение для среднего числа фотонов в резонаторе:

$$\bar{N}_{r,ph}^2 (\alpha_{mr} / N_{r,ph}^{(sat)}) - \bar{N}_{r,ph} [G_0 - \alpha_{mr} (1 + \tau_a w_{1 \rightarrow 2}^{(0ph)})] - Q_0 = 0.$$

Решение этого уравнения (удовлетворяющее условию $\bar{N}_{r,ph} > 0$)

$$\bar{N}_{r,ph} = \frac{N_{r,ph}^{(sat)}}{2\alpha_{mr}} \cdot \left[G_0 - \alpha_{mr} \left(1 + \frac{1}{2N_{r,ph}^{(sat)}} \right) + \sqrt{\left[G_0 - \alpha_{mr} \left(1 + \frac{1}{2N_{r,ph}^{(sat)}} \right) \right]^2 + 4\alpha_{mr} \frac{Q_0}{N_{r,ph}^{(sat)}}} \right] \quad (6)$$

определяет среднюю выходную мощность лазера $\bar{P}_{r,out} = \alpha_{mr} \hbar \omega_r \bar{N}_{r,ph}$.

Оценим $\bar{P}_{r,out}$ в простом случае, когда выполняется условие $\left[G_0 - \alpha_{mr} \left(1 + 1/2N_{r,ph}^{(sat)} \right) \right]^2 \gg 4\alpha_{mr} Q_0 / N_{r,ph}^{(sat)}$, т.е. вклад спонтанного излучения мал. Разлагая корень в выражении (6) в ряд и полагая, что генератор работает высоко над порогом ($G_0 \gg \alpha_{mr}$), мы получаем, что

$$\bar{P}_{r,out} = \hbar \omega_r N_{r,ph}^{(sat)} G_0 + \alpha_{mr} \hbar \omega_r \frac{Q_0}{G_0}. \quad (7)$$

Здесь

$$G_0 = \frac{2\pi \ln 2}{\sqrt{2\pi e}} c n_e r_0 \lambda_r K_u^2 \beta_m^2 \left(\frac{\varepsilon_m}{\Delta} \right)^2 \frac{mc^2}{\varepsilon_m},$$

$$Q_0 = 0,5 \sqrt{\frac{\pi \ln 2}{e}} c n_e r_0 \lambda_r K_u^2 \beta_m^2 \frac{\varepsilon_m}{\Delta} \frac{mc^2}{\hbar \omega_r},$$

$$N_{r,ph}^{(sat)} \cong \frac{2}{\pi} \frac{V_{res}}{L^2 r_0} \frac{(\hbar \omega_r)^2}{mc^2 \varepsilon_m} \frac{1}{K_u^2}, \quad \varepsilon_m = \varepsilon_{cl} + \Delta / \sqrt{8 \ln 2}. \text{ Второе слагаемое в (7) – это}$$

результат учета спонтанного излучения электронов, а первое – эффекта насыщения и условия стационарности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Оганесян С.Г., Исследование переходного процесса в ондуляторном генераторе на основе квантовоэлектродинамического подхода // Седьмая годичная конференция Российско-Армянского (Славянского) Университета (10–14 декабря 2012г.: физико-математические и естественные науки. СС. 67–72.
2. Schweber S.S., An Introduction to relativistic quantum theory. N.Y.: Harper-Row, Publishers, 913p., 1962.
3. Oganessian S.G., An oscillator based on the stimulated Cherenkov effect // Optics and Spectroscopy. Sankt-Peterburg, 2004. V. 97. PP. 171–175.
4. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М., Квантовая механика. М.: Наука, 704с., 1963.
5. Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П., Релятивистская квантовая теория. М.: «Наука», 480с., 1968.

QUANTUM ELECTRODYNAMICAL THEORY OF AN UNDULATOR OSCILLATOR

SUMMARY

A set of rate equations that describes the undulator oscillator operation is suggested. An expression for the laser output is derived and analyzed in a partial case when the device operates in a stationary regime.

ՕՆԴՈՒԼՅԱՏՈՐԱՅԻՆ ԳԵՆԵՐԱՏՈՐԻ ՔՎԱՆՏԱԷԼԵԿՏՐՈՄԱԴԻՆԱՄԻԿԱԿԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆԸ

ԱՍՓՈՓՈՒՄ

Քվանտաէլեկտրադինամիկական մոտեցման հիմնված վրա կառուցված է հավասարումների համակարգ, որը նկարագրում է օնդուլյատորային գեներատորի աշխատանքը: Մասնավոր դեպքում, երբ սարքը աշխատում է ստացիոնար ռեժիմում ստացված է և ուսումնասիրված է լազերի ելքային հզորություն բանաձևը:

ИССЛЕДОВАНИЕ СОЛНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ CIGS, ВЫРАЩЕННЫХ НА СТЕКЛОКЕРАМИЧЕСКИХ ПОДЛОЖКАХ

С.Г. Петросян, Л.А. Арутюнян, А.С. Мусаелян, В.Г. Бабаян

АННОТАЦИЯ

Впервые созданы тонкопленочные солнечные элементы с поглощающим слоем $\text{Cu}(\text{In,Ga})\text{Se}_2$ (CIGS) на специально разработанных, непроводящих стеклокерамических подложках на основе перлита, с целью создания фотовольтаических преобразователей солнечной энергии, имеющих потенциал быть полностью интегрированными в элементы строительных конструкций. Показано, что солнечные элементы подобного типа могут обладать эффективностью свыше 10%.

Ключевые слова: тонкие пленки, CIGS, солнечные элементы, стекло-керамика.

Введение

На данном этапе развития солнечной энергетики перспективным подходом в направлении решения проблемы изготовления дешевых преобразователей солнечной энергии является разработка технологий тонкопленочных солнечных элементов на основе поглощающих основную часть солнечной энергии полупроводников, таких как Si, GaAs, CdTe, $\text{CuInGa}(\text{S,Se})$ (CIGS) и $\text{CuSnZn}(\text{S,Se})$. Использование тонкопленочных технологий для изготовления полупроводниковых фотоэлектрических преобразователей (ФЭП) подробно описано в работах [1-3]. CIGS-солнечные элементы на недорогих и стабильных керамических подложках являются перспективными с точки зрения снижения затрат на фотоэнергетику и разработку элементов строительных конструкций (например, крыша из «солнечных» плит), способных генерировать электрическую энергию.

В данной работе сообщается о CIGS-солнечных элементах, впервые сформированных на специально разработанных, непроводящих керамических подложках, на основе кристаллизованного перлитного стекла. По сравнению с обычным стеклом, они позволяют использовать более высокую температуру для напыления пленок, что обеспечивает повышение температуры рекристаллизации осаждаемых слоев и увеличение размеров зерен, а это, в свою очередь, является желательным для получения высокоэффективных солнечных элементов. Другим преимуществом стеклокерамики на основе перлита является то, что значение коэффициента его термического расширения ($7.9 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$) близко к величине коэффициента термического расширения CIGS-поглощающего материала ($8.6 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$) и позволяет использовать данный материал в качестве подложек для CIGS-солнечных элементов в крупномасштабном производстве.

1. Эксперимент

Исследование состава стеклокерамической подложки на основе перлита с помощью рентгеновского микроанализатора «Bruker» XR выявляет наличие значительного количества примесей. Наряду с основными составляющими компонентами Si, Ca, C, Al и O подложки содержат примеси K, F, N и Na (таблица 1.1).

Таблица 1.1 – Состав стеклокерамической подложки на основе перлита

El	unn.C, wt. %	norm.C wt. %	Atom.C at. %	Error wt. %	El	unn.C, wt. %	norm.C wt. %	Atom.C at. %	Error wt. %
C	37.64	33.10	43.56	4.1	P	0.16	0.14	0.07	0.0
N	2.53	2.22	2.51	0.4	S	0.14	0.13	0.06	0.0
O	47.37	41.66	41.15	5.1	Cl	0.08	0.07	0.03	0.0
F	1.82	1.60	1.33	0.3	K	0.82	0.72	0.29	0.1
Na	3.74	3.29	2.26	0.3	Ca	5.89	5.18	2.04	0.2
Mg	0.73	0.64	0.42	0.1	Fe	0.21	0.18	0.05	0.0
Al	3.00	2.64	1.54	0.2	Cu	0.22	0.20	0.05	0.0
Si	9.37	8.24	4.64	0.4					

Металлизация поверхности стеклокерамической подложки толщиной 2-3 мм проведена магнетронным осаждением тонкого (0,8 мкм) слоя молибдена (Mo) (шероховатость поверхности, измеренная профилометром «ZAYGO-7000», составляет около 14 нм). Следующим этапом формирования CIGS-солнечного элемента является нанесение поликристаллической пленки CIGS толщиной около 1,7 мкм методом вакуумного соиспарения меди, галлия, индия и селена. Температура подложки в процессе соиспарения составляла 500–550 °С.

Формирование многослойной структуры ФЭП было завершено нанесением буферного слоя CdS толщиной 50 нм методом химического осаждения и последующим осаждением двухслойного прозрачного покрытия ZnO (50 нм нелегированного ZnO и 350 нм легированного алюминием проводящего ZnO слоя), а также напылением двухслойного Ni/Al верхнего контакта сетки. После формирования устройства было проведено исследование темновых вольтамперных характеристик (BAX) (рис.1, 1a), при освещении в условиях AM1.5, а также вольтемкостных характеристик (BEX) (рис.1.2) и квантовой эффективности (рис. 1. 3, вставка показывает зависимость квадрата квантовой эффективности от энергии фотонов).

2. Результаты измерения электрических характеристик и обсуждение

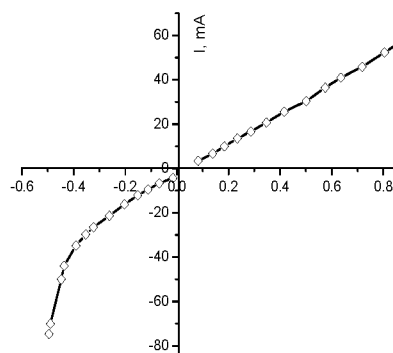
Некоторые параметры электрических характеристик солнечного элемента, рассчитанные из BAX и BEX, приведены в таблице 2.1. Как видно из таблицы, лучшие элементы показывают эффективность более 10 %, что является очень перспективным результатом, так как он был достигнут на стекло- керамической подложке при неоптимизированных условиях осаждения.

Таблица 2.1

$S, \text{см}^2$ – площадь элемента	0.5
$U_{\text{хх}}, \text{В}$ – напряжение холостого хода	0.52
$I_{\text{кз}}, \text{мА}$ – ток короткого замыкания	20.12
$U, \text{В}$ – напряжение в точке максимальной мощности	0.37
$I, \text{мА}$ – ток в точке максимальной мощности	13.53
$FF, \%$ – фактор заполнения	48.4
$\eta, \%$ – эффективность	10.09
$R_n, \text{Ом}$ – последовательное сопротивление	6.96
$R_{\text{ш}}, \text{Ом}$ – шунтирующее сопротивление	70.6
Ширина обедненной области при нулевом смещении, мкм	0.347
$p_o, \text{см}^{-3}$ – концентрация дырок	$2 \cdot 10^{16}$

Из графика зависимости $1/C^2$ от напряжения вычислена концентрация легирования поглощающего слоя ($N_A = 1.12 \cdot 10^{17} \text{см}^{-3}$). Ширина обедненной области при нулевом смещении может быть найдена из формулы $d = \varepsilon \varepsilon_0 S / C$ (S – площадь элемента, q – элементарный заряд, $\varepsilon = 12$ – диэлектрическая проницаемость CIGS [4] и $\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{Ф/м}$ – электрическая постоянная).

Спектральная характеристика ФЭП (без антиотражающего покрытия) показана на рис. 1. 3. Это график нормированной внутренней квантовой эффективности (QE) в зависимости от энергии фотонов, показывающий, что значительная часть фотонов в видимой и ближней инфракрасной области солнечного света, преобразуется в полезный ток элемента.



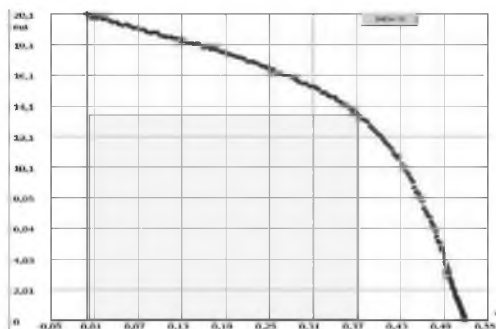


Рис.1.1. ВАХ огного из лучших ФЭП в темноте (а) и при освещении (б)

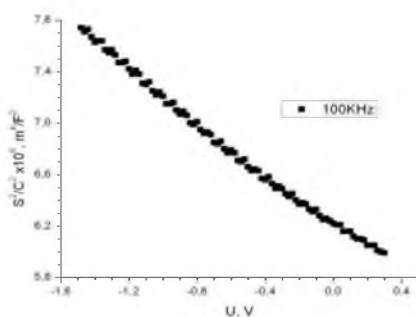
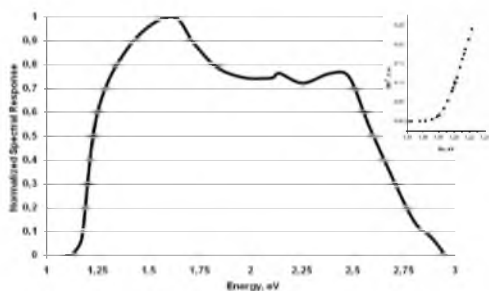
Рис.1.2. Зависимость V от S^2/C^2 

Рис.1.3. Спектральная характеристика ФЭП

Используя график зависимости квадрата квантовой эффективности от энергии фотонов в области низких энергий (вставка на рисунке 1. 3), можно оценить ширину запрещенной зоны поглощающего слоя. Пересечение с осью энергий дает значение ширины запрещенной зоны CIGS, равное 1,2 эВ, что соответствует составу твердого раствора $CuIn_{1-x}Ga_xSe_2$ при $x \approx 0.3$. Видно также, что некоторое поглощение фотонов имеет место в области ниже ширины запрещенной зоны, что может быть вызвано дефектами или вторичными фазами с меньшей шириной запрещенной зоны.

Закключение

В заключение показано, что стеклокерамика на основе перлита может быть успешно использована в качестве подложки для солнечных элементов CIGS/CdS (эффективность более чем 10% при коэффициенте заполнения 48,4% и напряжением холостого хода около 518 мВ). Этот результат можно рассматривать как важный шаг на пути развития полупроводниковых ФЭП, интегрированных в элементы строительных конструкций. Дальнейшее повышение эффективности солнечных элементов на керамических подложках требует дополнительных исследований по оптимизации как поглощающего слоя, так и составляющих компонентов структуры солнечных элементов в целом.

ЛИТЕРАТУРА

1. Hamakawa Y., Thin-Film Solar Cells: Next Generation Photovoltaics and Its Applications. Springer, 2004.
2. Poortmans J., Arkhipov V., Thin Film Solar Cells: Fabrication, Characterization and Applications. John Wiley & Sons, 2006.
3. Гременок В.Ф., Тиванов М.С., Залесский В.Б., Солнечные элементы на основе полупроводниковых материалов. Минск: Изд-во «Центр БГУ», 2007.
4. Shafarman W.N., 2 Cu (InGa) Se Solar Cells, Handbook of Photovoltaic Science and Engineering / Shafarman W.N., Stolt L.; Ed. by Lique A. and Hegedus S. John Wiley & Sons Ltd, 2003.

ИССЛЕДОВАНИЕ СОЛНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ CIGS, ВЫРАЩЕННЫХ НА СТЕКЛОКЕРАМИЧЕСКИХ ПОДЛОЖКАХ

SUMMARY

For the first time thin film solar cells with CuInGaSe_2 absorber layer were formed on a specially designed non-conductive ceramic substrates on the basis of perlite to produce photovoltaic devices fully integrated into building constructions. It is shown that these type solar cells with the efficiency higher than 10 % may be designed.

Keywords: thin films, CIGS, solar cells, glass- ceramic.

ИССЛЕДОВАНИЕ СОЛНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ CIGS, ВЫРАЩЕННЫХ НА СТЕКЛОКЕРАМИЧЕСКИХ ПОДЛОЖКАХ ԱՄՓՈՓՈՒՄ

Առաջին անգամ պերլիտի հիմքի վրա ստեղծված մեկուսիչ ապակեկերամիկական տակդիրների վրա աճեցվել են Cu(In,Ga)Se_2 (CIGS) կլանիչ շերտով բարակ թաղանթային արևային տարրեր, նպատակ ունենալով մշակել հատուկ ֆոտովոլտային ձևափոխիչներ, որոնք կարող են նաև լինել ամբողջությամբ ինտեգրված շինարարական կոնստրուկցիայի էլեմենտների մեջ: Այս աշխատանքում բերված են նախնական արդյունքներ, որոնք հաստատում են, որ նման տիպի արևային էլեմենտները կարող են ունենալ 10%-ից բարձր արդյունավետություն:

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИФфуЗИОННЫХ ЯВЛЕНИЙ В ЩЕЛОЧНЫХ ФТОРФОСФАТНЫХ СТЕКЛАХ С ЦЕЛЬЮ ПОЛУЧЕНИЯ ГРАДИЕНТА ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ

М. А. Погосян

m_pogosyan@mail.ru

АННОТАЦИЯ

Работа посвящена исследованию диффузионных процессов в щелочных фторфосфатных стеклах с целью получения градиента показателя преломления. В стекле № 203 полная замена LiF на NaF приводит к уменьшению n_D на $173 \cdot 10^{-4}$ единиц. Эта разность достаточна для того, чтобы диффузионный обмен между катионами Li^+ и Na^+ привел к необходимой цели. Было показано, что в зависимости от состава расплавов солевой ванны из нитратов лития и натрия можно получить изменение n_D от $-0,009$ до $+0,006$ единиц.

Ключевые слова: щелочное фторфосфатное стекло, показатель преломления, щелочные катионы, солевая ванна, диффузионный обмен.

Традиционным применением оптических материалов в приборостроении является использование прозрачных сред с постоянным и одинаковым для всех точек показателем преломления. В оптических приборах, построенных из таких материалов, отклонение луча от данного направления и формирование изображения достигается, как правило, за счет преломления или отражения на неплоских поверхностях. При этом, любое отклонение показателя преломления материала от номинальной и одинаковой для всех точек величины является нежелательным.

В последние годы проводится широкий круг исследований материалов и оптических элементов с неодинаковым для различных точек показателем преломления. Траектория луча в таких средах непрерывно криволинейна, что обеспечивает его отклонение, а при соответствующем распределении показателя преломления и фокусировку. Применение элементов с регулярным распределением показателя преломления открывает широкие возможности для существенного усовершенствования классических оптических систем и создания принципиально новых типов приборов [1].

В настоящее время ведется много работ как по исследованию закономерностей распределения света через среды с переменным показателем преломления [2], так и по методам и технологии их получения. Наибольшее распространение получил способ ионообменной диффузии [3–7].

Значение показателя преломления стекла зависит от его состава и структуры. Для плавного изменения показателя преломления стекла достаточно изме-

нить его состав. В результате ионного обмена из стекла уходят катионы одного металла и приходят катионы другого, различающиеся по своему удельному вкладу в показатель преломления стекла [8].

В зависимости от характера градиента показателя преломления в оптически неоднородной среде она может быть использована либо как самофокусирующий элемент, либо как оптическая интегральная схема [1].

Объектом исследования служили кубики из стекла № 203 размером 10x10x10 мм, а также порошок с размером частиц 250–450 мкм, свойства которого приведены в табл. 1.

Таблица 1.

Физико-химические свойства стекла № 203

Свойства	d , г/см ³	$\alpha_{20-300^{\circ}\text{C}}$ · 10 ⁷ град. ⁻¹	t_g , °C	H , кг/мм ²	n_D	v_D
Ст. №203	2,691	180,0	326	450	1,5011	68,8

При выдержке в градиентной печи в течение 6 часов это стекло не кристаллизуется.

В качестве солевой ванны использовались расплавы нитратов натрия и лития и их смеси в разных мольных соотношениях.

В электрическую печь при комнатной температуре помещался металлический стакан, в который вставлялся фарфоровый стакан с фарфоровым же тиглем, куда насыпалась нужная соль. На тигель ставилась лодочка с испытуемым образцом (кубики, порошок). Вся система плавно нагревалась до нужной температуры. Контроль и запись температуры осуществлялись с помощью «ХА» термопары на диаграммной бумаге прибора КСП–4. С выходом печи в определенный температурный режим образцы погружались в расплав и выдерживались нужное время. По окончании опыта расплав сливался, а система медленно охлаждалась. После эксперимента порошок многократно отмывался от соли горячей водой.

Изменение показателя преломления в зоне диффузии определялось интерференционным методом. Изменение концентрации ионов лития и натрия в стеклопорошке до и после ионного обмена определялось фотометрическим методом с использованием пламенного фотометра ПФМ, при этом порошок предварительно растворяли в концентрированной серной кислоте.

В стекле № 203 полная замена LiF на NaF приводит к уменьшению n_D на $173 \cdot 10^{-4}$ единиц. Эта разность более чем достаточна для того, чтобы быть уверенным, что диффузионный обмен между катионами лития и натрия даст возможность достичь необходимой цели. Кроме того, такая замена не приводит к существенным изменениям технологических свойств указанного стекла.

В первой стадии экспериментов были проведены опыты по свободной диффузии из расплавов LiNO_3 – 100%, NaNO_3 – 100% и смесей нитратов в мольном соотношении $54\text{LiNO}_3 : 46\text{NaNO}_3$ при температуре 350°C (выше t_g) на кубиках стекла

размерами 10x10x10 мм в течение 7 часов.

Аналогичные эксперименты проводились при температуре 250 °С (ниже t_g) в течение 8 часов в солевом расплаве состава 54LiNO₃·46NaNO₃.

После экспериментов поверхность кубиков становилась матовой, полупрозрачной. Вероятно, это можно связать с тем, что при взаимодействии расплавов со стеклом происходит частичное травление, протекающее более интенсивно в случае нитрата лития. При диффузионном обмене ниже t_g есть основание предполагать также наличие микротрещин на поверхности образцов.

Результаты эксперимента, проведенные при температуре 350°С, представлены в табл. 2.

Данные таблицы показывают, что при свободной диффузии из расплавов LiNO₃ и 54LiNO₃·46NaNO₃ показатель преломления на поверхности образца выше, чем в глубине. При обмене из расплава чистого NaNO₃ показатель преломления на поверхности ниже, чем в глубине образца.

Таблица 2.

Перепад показателя преломления (Δn) после свободной диффузии из нитратного расплава при 350°С в поверхность стеклянного кубика.*

Состав солевой ванны, мол.%	Перепад показателя преломления $\Delta n = n_o - n_n$ **, единицы
LiNO ₃	- 0,009
54LiNO ₃ ·46NaNO ₃	- 0,020
NaNO ₃	+ 0,006

* Измерения Δn проводились «на хвосте распределения» (глубина 160мкм). Первые ~ 80 мкм от поверхности из-за «травления» расплавом LiNO₃ стекла непрозрачны.

** n_o – показатель преломления стекол в глубине; n_n – показатель преломления на поверхности образца.

Для выяснения равновесных концентраций щелочных катионов в стекле, в зависимости от состава нитратной ванны, были проведены эксперименты по диффузионному обмену стеклопорошков, имеющих размеры частиц от 250 до 450 мкм. При таких размерах частиц можно было ожидать, что диффузия ионов из расплава солей в стекло через весь объем каждой частицы закончится через несколько часов.

Обработка стеклянного порошка проводилась в течение 6 часов при температуре 350°С в солевой ванне из расплавленных нитратов лития и натрия и их смесей в следующих мольных соотношениях: 25LiNO₃·75NaNO₃; 54LiNO₃·46NaNO₃; 75LiNO₃·25NaNO₃. Результаты эксперимента представлены на рис. 1.

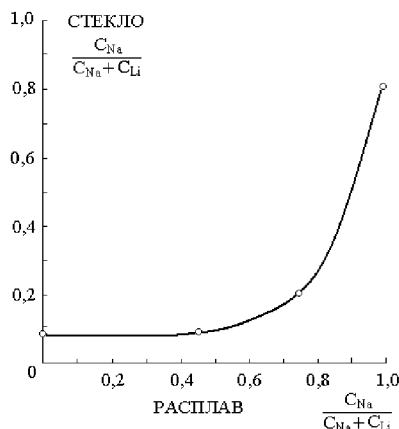


Рис. 1. Зависимость равновесной концентрации ионов лития и натрия в обработанном нитратами стекле при 350°C от состава расплава.

Ионы лития и натрия в стекле находятся в равновесии с расплавом нитратов при их соотношении $3\text{LiNO}_3 : 97\text{NaNO}_3$. Нарушение этого соотношения в сторону увеличения концентрации NaNO_3 приводит к диффузии ионов натрия из расплава в стекло. В этом случае, как видно из таблицы 2, происходит уменьшение показателя преломления на поверхности образцов. При уменьшении концентрации NaNO_3 в расплаве происходит обратная замена – ионы натрия из стекла диффундируют в расплав, а из расплава ионы лития переходят в стекло. В этом случае происходит увеличение показателя преломления на поверхности образца.

Результаты эксперимента показывают, что путем выбора необходимой концентрации солевой смеси практически можно достичь любого результата (увеличения или уменьшения показателя преломления).

Надо отметить, что полученный перепад показателя преломления примерно в три раза превышает перепад n_D , достигнутый в известных силикатных и силикогерманатных стеклах [8].

ЛИТЕРАТУРА

1. Бронфин Ф.Б., Ильин В.Г., Каранетян Г.О. и др., Журнал прикладной спектроскопии: Т.18, вып. 3. СС. 523–549. 1973.
2. Marcuse D., Miller S., BSTJ, v.43, № 4, СС.1759–1782, 1964.
3. Doremus R.H., Phys J., Chem., v.68, № 8. СС. 2212–2218, 1964.
4. Tsutemy U., Серамукусу, Ceramics Japan, 6, № 8. 581–589, 1971.
5. Экспресс-информация «Стекло, керамика, огнеупоры»: 47, СС. 40–50, 1971.
6. French W., Pearson A., Amer J., Cer. Soc. V.49. P. 974. 1970.
7. Левшиц В.Я., Каранетян Г.О., Ильин В.Г. и др., Физика и химия стекла: Т.2, вып. I. СС. 68–74, 1976
8. Левшиц В.Я., Каранетян Г.О., Негодаев Г.Д., Физика и химия стекла: Т. 3, вып. I. С.7, 1977.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИФФУЗИОННЫХ ЯВЛЕНИЙ В ЩЕЛОЧНЫХ ФТОРФОСФАТНЫХ СТЕКЛАХ С ЦЕЛЬЮ ПОЛУЧЕНИЯ ГРАДИЕНТА ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ

ԱՄՓՈՓՈՒՄ

Աշխատանքը նվիրված է ալկալի ֆտորֆոսֆատային ապակիներում դիֆուզիոն պրոցեսների ուսումնասիրմանը բեկման ցուցիչի (n_D) գրադիենտ ստանալու նպատակով: № 203 ապակիում LiF-ի լրիվ փոխարինումը NaF-ով բերում է n_D -ի $173 \cdot 10^{-4}$ – ի չափով նվազման: Այդ տարբերությունը բավական է, որպեսզի Li^+ և Na^+ կատիոնների միջև դիֆուզիան ապահովի սպասված արդյունքը: Ցույց է տրված, որ հալված աղային վաննայում, կախված նրա բաղադրությունից, կարելի է ստանալ բեկման ցուցիչի $-0,009$ – ից մինչև $+0,006$ միավորի փոփոխություն:

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИФФУЗИОННЫХ ЯВЛЕНИЙ В ЩЕЛОЧНЫХ ФТОРФОСФАТНЫХ СТЕКЛАХ С ЦЕЛЬЮ ПОЛУЧЕНИЯ ГРАДИЕНТА ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ

SUMMARY

The main purpose of this work is development of diffusive processes in alkaline fluorophosphates glasses for receiving a gradient of refraction index. Full replacement of LiF to NaF leads to reduction of n_D on $173 \cdot 10^{-4}$ units in glass № 203. This difference is sufficient to get to the necessary result by diffusive exchange between Li^+ cations and Na^+ . It has been shown, that depending on structure of melts from salt bath-tub of lithium and sodium nitrates is possible to receive variation of n_D from $-0,009$ to $+0,006$ units.

ASYNCHRONOUS SIGNAL RETRIEVING, STORING AND FEATURE EXTRACTION METHODS FOR SMARTPHONE SENSORS

S. Kaghyan

SUMMARY

In this article, we introduce the method of asynchronous sensor signal retrieving, storing and transferring processes which we acquire from smartphone. From the available list of smartphone sensors we used one tri-axial accelerometer and one Global Positioning System (GPS) sensor. This mechanism can be applied to solving different problems, particularly human activity recognition problem, it can be implemented in as part of personalized healthcare monitoring system development. Current approach asynchronously retrieves signal sequences and stores them in SQLite portable mobile database. After raw signals were acquired for some specified period, the corresponding mobile application that we developed, does preliminary signal processing operations (noise reduction, extreme point retrieving and feature extraction), constructs feature vector and sends it to the server for activity final recognition.

Keywords: Signal processing, smartphone sensors, time and domain feature extraction, SQLite, asynchronous tasks.

1. Introduction

Modern mobile devices do not concede with their computational abilities to many personal computers. In mass market, there are already quad or even octal-core smartphones available. Thus, they can be and continue to integrate very intensively in solving of different problems. The ability to monitor the physical state of a person takes us to the concept of personalized healthcare systems implementation (Fig. 1).

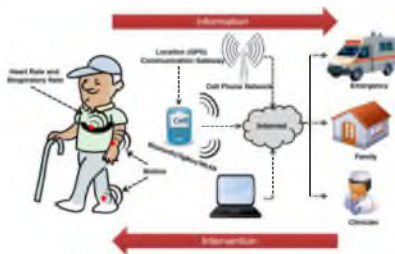


Fig. 1 Using mobile devices for monitoring elder patients' health

One of the ways to help persons with health diseases is to give their doctors software tools, an opportunity to monitor remotely their patients' life activity. This task can be solved with the help of smartphones patients carry with them. Thus, it is not a surprise that activity classification problems are widely discussed in medical healthcare branch and intensive researches are being conducted ([6]-[8], [11], [17]). So, it becomes obvious that the data to recognize human's movement activity from the phys-

ical hardware sensors, and the combination of the accelerometer, the compass sensors and GPS are most commonly used nowadays (Fig. 2).

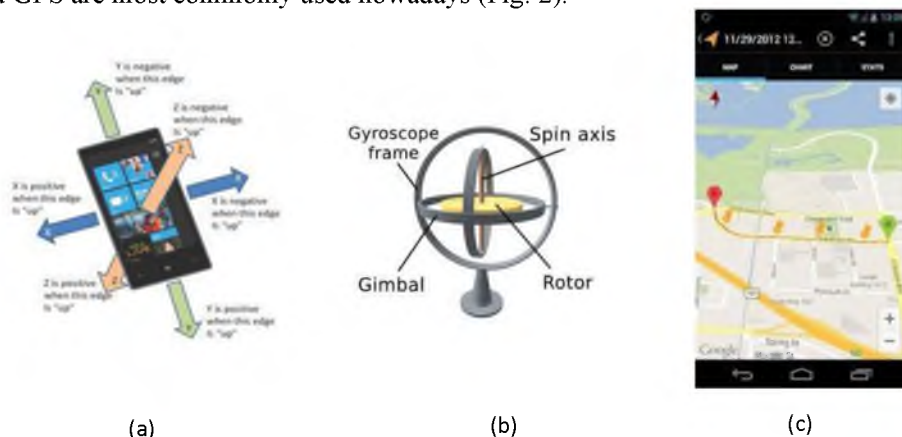


Fig. 2 Common sensors that modern smartphones are equipped with: a) accelerometer, b) gyroscope, c) GPS

Wearable sensors as a tool for activity recognition

Many activity recognition systems use one or several wearable sensors attached to different parts of the human body to collect data and transfer them to server. There exists a vast literature on wearable sensors, mostly accelerometers and gyroscopes. Massive sensor deployments and related studies are constrained in number. A large class of activity recognition methods exploits sensors embedded in mobile devices which potentially overcomes deployment constraints due to broad availability. In terms of wide usability, smartphones that are equipped with various sensors (audio, video or motion detection) that can be considered as perfect tools for short-term physical activity recognition. A broader list of useful mobile device sensors includes imaging camera, microphones, accelerometers, gyros, compasses, ambient light detectors, proximity sensors, location sensors (GPS, WLAN and Network) and other wireless network signal readings.

The accelerometer detects the g-force associated with the movement. The accelerometer is a very tiny chip that has extremely tiny (around 500 microns thin) moving parts made of silicon. Gyros are a micro-electromechanical (MEMS) device which serves as an orientation tool (Fig. 2a) that measures roll, pitch, and yaw. The size is in the order of a few millimeters. The magnetometer compass is a MEMS device that senses magnetic fields and indicates global orientation (north, south, etc.).

Mobile devices and their sensors as tools for activity classification

Smartphones include various sensors such as gyroscopes, accelerometers, proximity sensors and have become affordable and ubiquitous. Convenient user interfaces

make them attractive for all population groups. This category of mobile phones can perform computing just like a personal computer, but with smaller resource capability.

Human movements can be considered at different levels of detail, e.g., the analysis of the movement of body parts, single person activities over short and long-time intervals. As a consequence, such systems must deal with different activities and temporal integration times [15]. Human activity recognition (HAR) observes a series of physical actions that construct one physical activity. Physical activity was defined in [16] as any bodily movement produced by skeletal muscles that result in energy expenditure beyond resting expenditure.

Many sensors are already embedded smartphones which thus can be considered as perfect tools for short-term physical activity recognition. Thus, these wearable devices can be used for unobtrusive activity recognition. Smartphones are also able to provide a wide range of connectivity option in one integrated device. Ultimately, these devices have been very personalized in humans' daily life so that implementation using smartphone will relieve users from carrying wearable sensors creating discomfort. More detailed analysis of existing approaches during recent years was done in our earlier [17] research.

Another sensor that smartphone is equipped with, is the GPS sensor. This sensor retrieves geolocation of device, i.e. longitude and latitude coordinates. The Global Positioning System is a satellite-based navigation system made up of a network of 24 satellites placed into orbit by the U.S. Department of Defence. In precise positioning and orbit determination of GPS, the concept of measurement (phase of satellite signal) includes the distance information from satellites to ground observation points, the time delay happened when electromagnetic signals travel through the ionosphere and troposphere, the influence of signal multipath effects, and so on. If these factors can be departed, that will improve positioning and orbit determination accuracy and that will also provide material for other disciplines' study, such as Geodynamics, Geophysics.

Multithreading architecture for sensor signal acquiring

For our researches, we created Android OS based mobile application that was later tested on Samsung Galaxy S3 quad core smartphone (Fig. 3).

General logic of our system consists of two parts: a) preliminary processing steps were done on smartphone; b) the rest and more heavy computations were implemented on server. Fig. 4 displays data retrieving and storing logic and Fig. 5 shows the rest logical steps. As it is seen from the picture, all preliminary signal processing is done on mobile device.

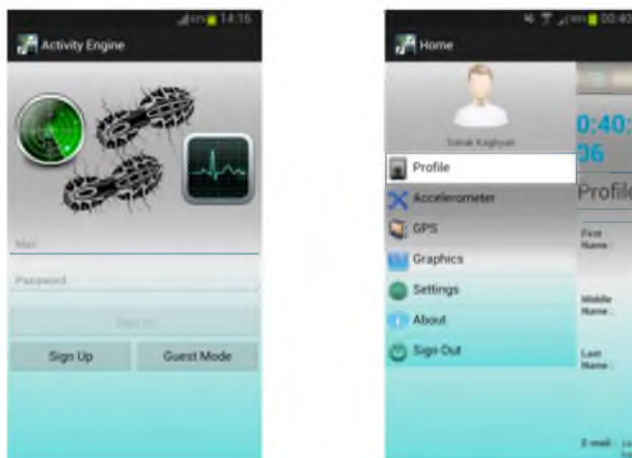


Fig. 3 “Activity Engine” - Android based mobile application.

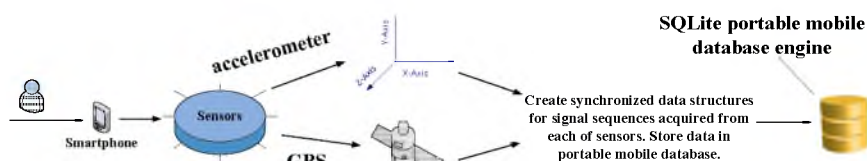


Fig. 4 General diagram of sensor data collecting and storing procedures

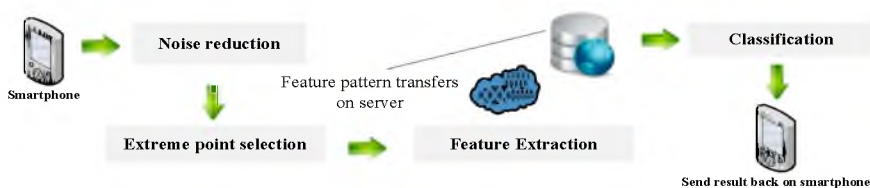


Fig. 5 Signal processing and classifying.

Exploring similar works we noticed that similar researches ([6]-[13], [15], [18]) used following mechanism for signal processing:

- (1) collect raw signals from sensors,
- (2) send signal values on nearby server,
- (3) do further processing of income signal values on server.

This means that if stable network connection is present during specified period of time signal sequences will be periodically sent on server. In order to decrease data transferring traffic we did the following:

- (1) collect raw signals from sensors,
- (2) asynchronously store them in mobile database,
- (3) retrieve signal sequence after the whole collection is complete,
- (4) apply noise reduction to sequence,
- (5) apply feature extraction for sequence,
- (6) transfer feature patterns on server for further processing.

This method of signal processing gives us the following advantages:

1) we do not transfer large sequences of raw signal values on server, thus we decrease in times transferring information amount, and

2) we execute noise reduction, extreme point detection and feature extraction operations straight on mobile device. As a result, we transfer on server only a feature vector, referred to performed activity, and we shift off part of computations from server.

Before the data collecting process is started, the application allows the user to make preliminary configuration depending on sensor. Before actual accelerometer signal retrieving process start the user can specify signal reading rate, body part where the mobile device will be attached and, finally, signal retrieving duration (Fig. 6). Android supports four predefined acceleration reading speeds (UI, Normal, Game and Fastest – from slower to faster speeds respectively), but in our application user can also manually set (preferable him) speed for, specifying it in microseconds ($1\text{second} = 10^6\text{microseconds}$).

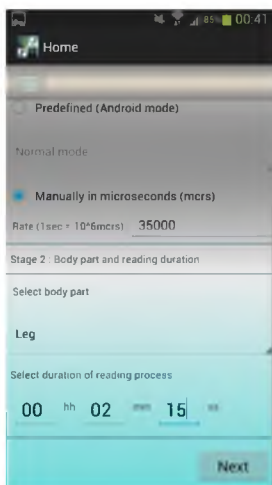


Fig.6 User can specify acceleration signals reading rate, attached body part and duration



Fig.7 GPS sensor signal retrieving.

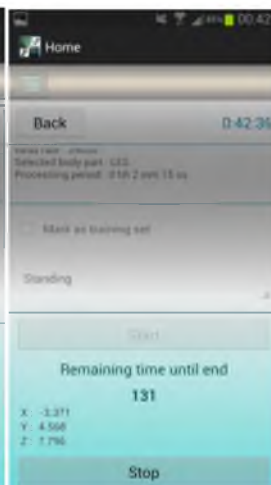


Fig. 8 Accelerometer sensor signal retrieving.

In order to acquire training set templates adapted to given user, with the help of application he can mark the activity that he is going to perform as training set (walking, standing, running, etc.) as it is shown in Fig. 8. This feature will allow constructing individual classification sets that are adapted to specified user and increase classification accuracy. A similar scheme was designed and implemented for signal retrieving from GPS (Fig. 7).

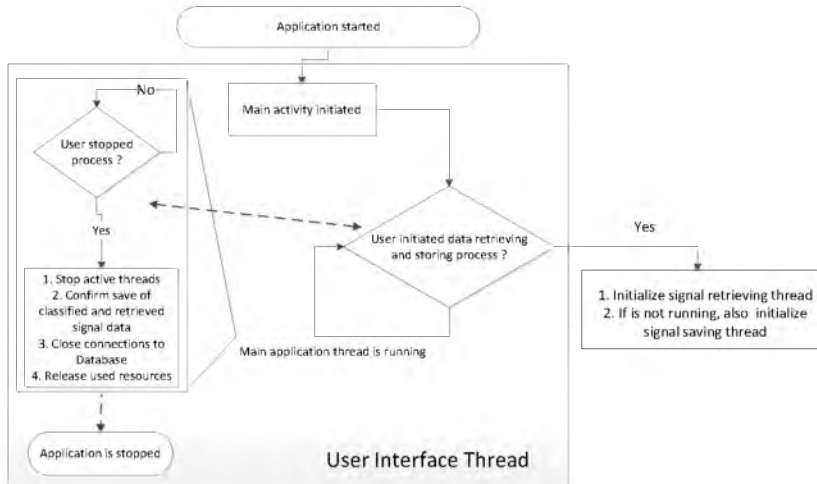


Fig. 9 Logic of main thread that is visible to user. This thread is responsible for visual interaction with user.

The available settings that the user can perform are: a) signal strength (one of predefined by operating system) for satellite connection, b) minimal time period for next signal retrieving, and c) minimal distance (in meters) change for next signal retrieving. Fig 9 displays the logical diagram of user interaction process. When the phase of signal retrieving starts, the rest two threads initialize. We decided to implement the concept with two separate threads because most of times signal retrieving speed is faster than the writing one and if we would perform this process in one thread, we would simply lose part of signals. Separate processing guarantees data storing integrity.

The acquired data does not save into database immediately. At first, we save raw values in a synchronized data structure (queue) where the second thread can access it for saving. Fig. 10 represents logical diagram of this process. Element format in signal collecting process differs depending on sensor. In case of accelerometer, the structure node requires four fields: acceleration values along x, y and z-axis and time frame. GPS frame node structure consists of three fields: longitude and latitude values and time when signal response was acquired from GPS satellite. As we mentioned above, the signals are stored in SQLite database. SQLite is an in-process library that implements a self-contained, serverless, zero-configuration, transactional SQL database engine. The code for SQLite is in the public domain and is thus free for use for any pur-

pose, commercial or private [19]. When sensor signal retrieving process is completed and the storing process is done, the application initiates next 3 steps in processing chain, i.e. noise reduction, extreme point detection and feature extraction.

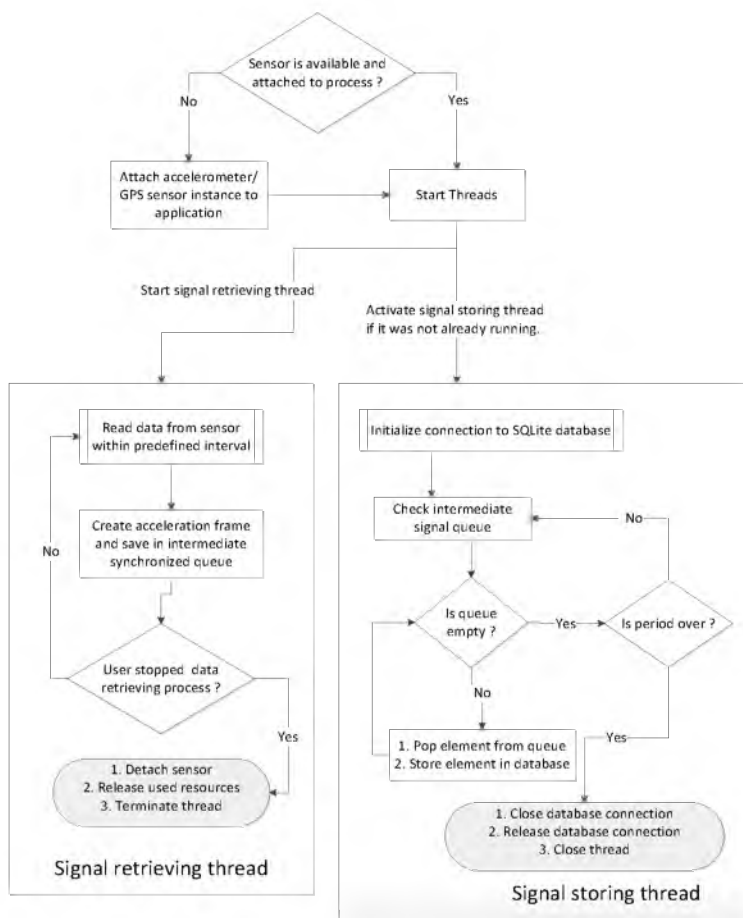


Fig. 10 Retrieving signal values from sensor and storing them in SQLite database

Noise reduction, extreme point detection and feature extraction

Noise is a common phenomenon that rises up during the sensor data collecting process. Having sequence of points, we can calculate the mean distance between sequential pairs along each axis for accelerometer and mean distance between two successor geolocation points for GPS. Thus, in current approach we applied 10-fold cross-validation algorithm, the state-of-art example that is actively used in many data mining, image and signal processing systems. Therefore, the remaining computational steps that were implemented on smartphone are extreme point detection and feature extraction. During extreme point detection stage, application iterates over sequence of

signal points and leaves only “meaningful” ones, i.e. points that have impact (usually these are the points where signal changes the sign).

Generally, feature extraction can be formulated as raw signal (or raw signal sequences in our case) transformation into more informative signatures or fingerprints of a system. Once this step is successfully completed for sensor signal sequence, mobile application removes that sequence from database and replaces with newly gained feature vector. We divided sensor signal features on two categories for accelerometer, i.e. time domain features and frequency domain features, and time domain features for GPS.

On the basis of selected formulas were constructed high-dimensional feature vectors that represent specified activity. In case when user preliminary marked activity as training then feature vector is considered as “training”, otherwise it is considered as “test” one. This values are stored in database and sequence of raw signals then are remove. If network is available, extracted signal information will be sent to server for further processing and will be removed from smartphone memory as well.

For GPS we used the following features: mean and minimal frame times, mean latitude and longitude, mean and minimal distances between two sequential geographical coordinates, which calculate similar way (except geographical coordinates that were calculated using formula of Euclidean distance). Having combination of two types of feature vectors that determine test/unlabeled user activity, we can significantly increase the classification accuracy during further processing.

Conclusion

The awareness of the physical activity that human subjects perform, and the quantification of activity strength and duration are important tasks that a wearable sensor system would fulfill to be valuable in several biomedical applications, from health monitoring to physical medicine and rehabilitation. Many technical applications could greatly benefit from the availability of systems that are capable of automatically classifying specific physical activities of human beings.

In current research, we introduced asynchronous signal retrieving approach that is necessary for solving activity classification task. It has two significant advantages among related ones in this field which are: a) mobile application, designed for solving this problem, used multithreading process for interacting with user, and with signal retrieving and storing processes. This allowed to process data from sensors without interruptions and without signal loss; b) having sequences of raw signal data, “noise reduction” and “statistical feature extraction” steps were implemented straight on mobile device. This allowed to significantly decrease amount of data transferred on server. We also passed part of computations to be done on smartphone, thus, decreased part of computational load from server and leaving only final classification processing to it. Applying modern state-of-art algorithms will allow us to do final classification and solve “recognize human activity using mobile device” problem.

REFERENCES

1. *Oner M., Pulcifer-Stump J. A., Seeling P. and Kaya T.*, Towards the run and walk activity classification through step detection – An android application, 34th Annual International Conference of the Engineering in Medicine and Biology Society, electronic journal, doi: 10.1109/EMBC.2012.6346344, San Diego, CA, 2012.
2. *Vapnik V.N.*, Statistical Learning Theory, New York: John Wiley & Sons, 1998.
3. *Das S., Green L., Perez B., Murphy M. and Perring A.*, Detecting user activities using the accelerometer on Android smartphones, Carnegie Mellon University, CMU, Technical Report, 2010.
4. *Kaghyan S. and Sarukhanyan H.*, Activity recognition using K-nearest neighbor algorithm on smartphone with Tri-axial accelerometer, International Journal of Informatics Models and Analysis (IJIMA), ITHEA International Scientific Society, Bulgaria. PP. 146–156, 2012.
5. *Parkka J., Ermes M., Korpipaa P., Mantyjarvi J., Peltola J. and Korhonen I.*, Activity Classification Using Realistic Data From Wearable Sensor, IEEE Transactions on Information Technology in Biomedicine, vol. 10 (1), PP. 119–128, 2006.
6. *Mannini A. and Sabatini A.M.*, Machine Learning Methods for Classifying Human Physical Activities from on-body sensors, Sensors 10. PP. 1154–1175, 2010.
7. *He Z. and Jin L.*, Activity Recognition from Acceleration Data Based on Discrete Cosine Transform and SVM, Proceedings of the 2009 IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics. PP. 5041–5044, San Antonio, USA, 2009.
8. *Chernbumroong S., Atkins A. S. and Yu H.*, Activity classification using a single wrist-worn accelerometer. 5th IEEE International Conference on Software, Knowledge, Information Management and Applications, PP. 1–6, Benevento, Italy, 2011.
9. *Yang J., Schilit B. N. and McDonald D.W.*, Activity recognition for the digital home, IEEE Computing and Processing, vol. 41. PP. 102–104, 2008.
10. *Efros A. A., Berg A., Mori G. and Malik J.*, Recognizing Action at a Distance, Proceedings of the International Conference on Computer Vision. PP. 726–733, Nice, France, 2003.
11. *Tapia E. and Intille S.*, Real-time recognition of physical activities and their intensities using wireless accelerometers and a heart rate monitor”, International Symposium on Wearable Computers (ISWC). PP. 37–40, 2007.
12. *Lee S.-W. and Mase K.*, Activity and location recognition using wearable sensors, IEEE Pervasive Computing, vol. 1 (3). PP. 24–32, 2002.
13. *Huynh, T., Schiele, B.*, Unsupervised discovery of structure in activity data using multiple eigenspaces”, 2nd International Workshop on Location-and Context-Awareness (LoCA), 2006.
14. *Ikizler, N., Duygulu, P.*, Human Action Recognition Using Distribution of Oriented Rectangular Patches. In Human Motion, ICCV’07. PP. 271–284, Rio de Janeiro, Brazil, 2007.
15. *Fikri Azli bin Abdullah M., Fahmi Perwira Negara A., Sayeed S. Md., Choi D. and Sonai K. Muthu*, Classification Algorithms in Human Activity Recognition using Smartphones, International Journal of Computer and Information Engineering 6. PP. 77–84, 2012.
16. *Thompson P.D.*, Exercise and physical activity in the prevention and treatment of atherosclerotic cardiovascular disease”. Statement from the Council on Clinical Cardiology (Subcommittee on Exercise, Rehabilitation, and Prevention) and the Council on Nutrition, Physical Arteriosclerosis, Thrombosis, and Vascular Biology, vol. 23. PP.42–49, 2003.
17. *Kaghyan S., Sarukhanyan H. and Akopian D.*, Human movement activity classification approaches that use wearable sensors and mobile devices, IS&T/SPIE Electronic imaging

- symposium, Conference on multimedia and mobile devices, Vol. 8667, electronic journal, doi: 10.1117/12.2007868, Burlingame, CA, 2013.
18. He Z.-H. and Jin L.-W., Activity recognition from acceleration data using AR model representation and SVM, *Proceedings of the Seventh International Conference on Machine Learning and Cybernetics*, Kunming, PP. 1215, 2008.
19. SQLite home page – <http://www.sqlite.org> (Access: Dec 1, 2013)

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ АСИНХРОННОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ СЕНСОРОВ СМАРТФОНА

АННОТАЦИЯ

В данной работе мы представляем метод асинхронной обработки сигналов сенсоров мобильного устройства, в которую входят получение, хранение, предварительная обработка и передача данных на сервер. Из списка доступных нам сенсоров были выбраны 2 – акселерометр и GPS. Данный метод может быть применен при решении самых разных задач. Одной из таких является задача распознавания человеческой активности при помощи сигналов сенсоров мобильного устройства, которая активно исследуется в отрасли медицины и здравоохранения. При решении последней данный метод будет являться составляющей компонентой персонализированной системы мониторинга физической активности человека. Асинхронно считанные данные сенсора записываются в портативную систему баз данных мобильного устройства SQLite. Данные проходят этап предварительной обработки также на смартфоне. В предварительную обработку входят: уменьшение шума, нахождение точек экстремума в последовательности, выделение характеристических векторов. Данный процесс снимает часть вычислительной нагрузки с сервера, на котором в результате будет происходить лишь процесс конечной классификации. Все это также позволило заметным образом уменьшить объем передаваемой по сети информации, тем самым сокращая нагрузку на сервер. К полученным характеристическим векторам можно применить известные алгоритмы классификации и, тем самым, получить решение задачи распознавания активности.

Ключевые слова: обработка сигналов, сенсоры мобильных устройств, асинхронные процессы, характеристические векторы, SQLite портативная база данных.

ԽԵԼԱՅԻ ԲԶԶԱՅԻՆ ՀԵՌԱԽՈՍԻ ՏՎԻԶՆԵՐԻՑ ԱԶԴԱՆՇԱՆՆԵՐԻ
ԱՄԻՆՔՐՈՆ ՄՇԱԿՄԱՆ
ՄԻ ՄԵԹՈԴԻ ՄԱՍԻՆ

ԱՍՓՈՓՈՒՄ

Ներկա հոդվածում մենք ներկայացնում ենք խելացի բջջային հեռախոսների տվյալներից ազդանշանների ասինքրոն ստացման, պահպանման և փոխանցման մեթոդը: Մեզ հասանելի տվյալների բազմությունից օգտագործվել

են երկուսը՝ արտելերոմետր և GPS: Այս մեթոդը կարող է կիրառվել տարբեր բնույթի խնդիրների լուծման ժամանակ մասնավորապես մարդու ֆիզիկական շարժումների դասակարգման խնդրում: Վերջինիս լուծման ընթացքում այս մեխանիզմը հանդես կգա որպես մարդու առողջության անհատականացված մոնիթորինգի համակարգի մշակման բաղկացուիչ մաս: Ազդանշանների հավաքման ժամանակ ասինքրոն կերպով կատարվում է բջջային սարքի տվիչներից ազդանշանների ստացում և պահպանում SQLite տվյալների տեղափոխելի բազայում: Այս մեթոդի առավելություններից հատկանշական են հետևյալ կետերը. 1) այլևս դեպի սերվեր չեն փոխանցվում «հում» ազդանշանների զանգվածներ հետագա հաշվարկային պրոցեսների համար: Դրանով իսկ էապես նվազեցվում է ցանցով փոխանցվող ինֆորմացիայի ծավալը, և 2) մոտեցման կիրառման արդյունքում հաշվարկների «նախնական» մասը՝ այսինքն «ադմուկի նվազեցման», «էքստրեմումի կետերի փնտրման» և «բնութագրիչ վեկտորի կառուցման» քայլերը կատարվում են հենց բջջային հեռախոսի վրա՝ դրանով իսկ նվազեցնելով սերվերի վրա կատարվող հաշվարկային պրոցեսների քանակը: Արդեն նախնական մշակում անցած ազդանշանների բնութագրիչ վեկտորների նկատմամբ հետագայում կարելի է իրականացնել դասակարգման հայտնի ալգորիթմներ:

БИОХИМИЧЕСКИЕ НАУКИ

THE GENETIC STRUCTURE OF ARMENIANS BASED ON THE MATRILINEAL MARKERS

G. Hovhannisyan, A. Hovhannisyan, A. Poghosyan, Z. Khachatryan

SUMMARY

Armenians are an indigenous people of the Armenian Highland with strong and distinct ethnic and cultural characteristics. The genetic structure of the Armenian population was predominantly studied through paternally inherited Y-chromosomal markers. However, the matrilineal component of the Armenian genetic history is still poorly investigated. Into to address this issue and assess genetic relationships between Armenians and neighboring populations, we have analyzed mitochondrial DNA markers in a sample representing the general Armenian population and compared the obtained results with those of different ethnic groups. Close genetic affinity of the Armenian matrilineal gene pool to the Middle Eastern populations has been revealed which indicates the autochthonous origin of Armenians. Besides, no Central Asian genetic traces were found in the Armenian population despite active ancient migrations in the region.

Introduction and Problem Statement

The study of historical and demographic events that characterize modern human populations is crucial for human evolution reconstruction [9]. The advances in molecular genetics introduced novel approaches into the investigation of the genetic structure of human populations, which, alongside with traditional methods, might shed light on fundamental issues of worldwide spread and dispersal of *Homo sapiens*. Three types of molecular genetic systems are currently used in population genetics studies: autosomal markers, maternally inherited mitochondrial DNA (mtDNA) and the paternally inherited non-recombining portion (NRY) of the Y chromosome. Rapidly accumulating data on human genetic variation, collected on different types of DNA markers, have been widely used for the reconstruction of genetic history of modern humans [4].

One of the most interesting regions in terms of population genetics is the Middle East which served as a key crossroad for human disseminations. Since ancient times Armenians inhabited the territory of the Armenian Highland which occupies the central positions on the Middle eastern landscape. Numerous historical records and studies show that this region was an important ancient migratory pathway for different ethnic groups which undoubtedly had an influence on the genetic structure of the Armenian population [18]. Hence, the study of the Armenian gene pool is an important issue for understanding the genetic impact of ancient migrations in this region. Today

there are a limited number of genetic studies of Armenians [10, 18, 19]. Most of them were conducted mainly using Y-chromosomal markers which reveal only the patrilineal portion of genetic structure. Thus, the aim of this study was to reconstruct the matrilineal genetic history of the Armenian population. The main objectives of our research were the following: (1) to elucidate the structure and the composition of the Armenian matrilineal gene pool; (2) to assess genetic relationships between the Armenians and neighboring populations based on mtDNA markers.

Materials and Methods

The Armenian dataset was presented by 400 unrelated individuals, whose ancestors inhabited the Armenian Highland at least on the grandparental level. The samples were genotyped for the first hypervariable region (HVRI) of mtDNA (16024-16400 b.p.) using restriction fragment length polymorphism analysis [13]. Haplogroups were assigned to all the samples according to Phylotree build15 [17]. mtDNA haplotypes were transformed into sequences using Haplosearch software [8]. Comparative datasets of different populations were taken from previously published papers [2, 3, 5, 11, 15, 20]. Haplogroup frequency analysis was performed using MS Excel. Summary statistics and basic parameters of genetic diversity of the Armenian dataset were obtained by the DnaSP5 program [12]. Pairwise genetic distances, F_{ST} , were estimated based on the analysis of molecular variance (AMOVA) PST values, using Arlequin v.3.5 software [6]. Principal coordinate analysis (PCA) was performed through GenStat [16]. The phylogenetic tree of the studied populations based on Reynolds genetic distances was constructed using unweighted pair group method with arithmetic mean (UPGMA) within PHYLIP package [7].

Results and Discussion

The summary statistics for the Armenian mtDNA HVRI is presented in Table 1. The results of the analysis of haplogroup frequencies show that the majority of the Armenian mtDNA's belongs to the R macro-haplogroup (86%) with the modal subclade H reaching 25% of frequency. Previous studies [1] have shown high occurrence of this lineage (~54%) in western European populations with a decreasing south-eastward cline. Thus the distribution of the Armenian H haplogroup is consistent with the geographic location of Armenians.

Central and eastern Asian haplogroups A, C, D, F and G are found either in trace amounts (0.5% for F and G) or are completely absent (A, C, D) in the Armenian mtDNA gene pool. Noteworthy, A, D and F haplogroups have been found in Turkish and Azerbaijani populations (~17% and 13%, respectively) [15] that might reflect ancient migrations from Central Asia to this regions ca. a millennium ago. The frequency distribution of African macro-haplogroup L with its sub-clades don't exceed 1 % in Armenians.

Table 1. Summary statistics and gene diversity parameters of Armenians

No. of samples	No. of sites	No. of haplotypes	Total number of mutations	No. of variable sites	Haplotype diversity (S.D.)	Nucleotide diversity, (S.D.)	Average number of nucleotide differences	Tajima's D
400	378	244	140	126	0.9881 (0.0026)	0.015 (0.000)	5.6	-2.19*

* $p < 0.01$

In order to describe genetic relationships between Armenians and neighboring ethnic groups, we performed a PCA analysis based on F_{ST} genetic distances. The results indicate that Armenian matrilineal gene pool has higher genetic affinity with Syrians, Lebanese, Palestinians and Jordanians than with their geographic neighbors – Georgians, Turks and Azerbaijanis. To verify and visualize the findings, the phylogenetic tree was constructed which evidently unifies Armenians and Levant ethnic groups in a distinct cluster (Fig.1).

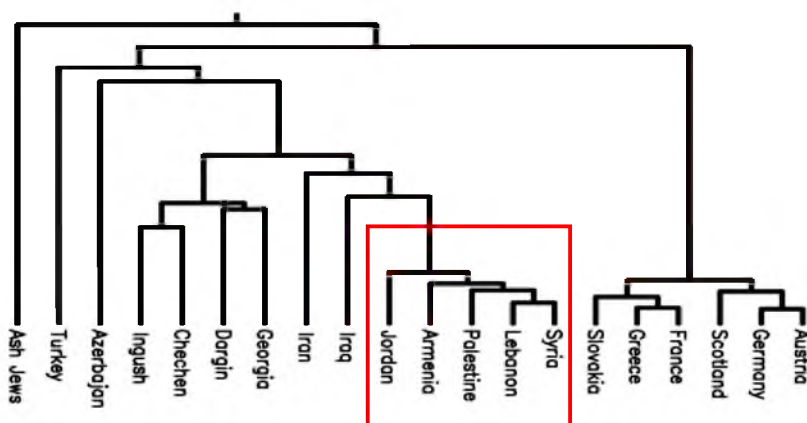


Figure 1. UPGMA tree of studied populations

Conclusions

Close genetic affinity of the Armenian matrilineal genetic composition to the eastern Mediterranean populations indicates the autochthonous origin of Armenians, which was previously shown for the Y-chromosomal and autosomal data [14, 18]. Moreover, no Central Asian and recent African genetic influence is detected in the Armenian population despite active ancient migrations between these regions.

Further studies are to be focused on comprehensive and detailed investigation of the geographic stratification of the Armenian mtDNA gene pool. For more accurate and precise assessment of the matrilineal genetic structure of the Armenian population an analysis of higher resolution mtDNA sequencing data needs to be conducted.

REFERENCES

1. Achilli, A., Rengo, C., et al., The molecular dissection of mtDNA haplogroup H confirms that the Franco-Cantabrian glacial refuge was a major source for the European gene pool. *American Journal of Human Genetics*, 75(5), 910–918, 2004.
2. Badro, D. A., Douaihy, et al., Y-Chromosome and mtDNA genetics reveal significant contrasts in affinities of modern Middle Eastern populations with European and African Populations. *PloS one*, 8(1), e54616. (2013).
3. Behar, D.M., Metspalu, E., et al., The matrilineal ancestry of Ashkenazi Jewry: portrait of a recent founder event. *American Journal of Human Genetics*, 78(3), 487–497, 2006.
4. Cavalli-Sforza, L. L., & Feldman, M.W., The application of molecular genetics approaches to the study of human evolution. *Nature Genetics*, 33, 266–275. 2003.
5. Derenko, M., Malyarchuk, B., et al. Phylogeographic analysis of mitochondrial DNA in northern Asian populations. *American Journal of Human Genetics*, 81(5), 1025–1041, 2007.
6. Excoffier, L., & Lischer, H.E., Arlequin suite ver 3.5: a new series of programs to perform population genetics analyses under Linux and Windows. *Molecular Ecology Resources*, 10(3), 564–567, 2010.
7. Felsenstein J., PHYLIP – Phylogeny Inference Package (Version 3.2). *Cladistics* 5: 164–166, 1989.
8. Fregel, R., & Delgado, S. HaploSearch: A tool for haplotype-sequence two-way transformation. *Mitochondrion*, 11(2), 366–367, 2011.
9. Garrigan, D., & Hammer, M. F., Reconstructing human origins in the genomic era. *Nature Reviews Genetics*, 7(9), 669–680, 2006.
10. Harutyunyan, A., Khudoyan, A., & Yepiskoposyan, L., Patrilocality and recent migrations have little impact on shaping patterns of genetic structure of the armenian population. *Russian Journal of Genetics*, 45(8), 987–993, 2009.
11. Helgason, A., Hickey, E., et al., MtDNA and the islands of the North Atlantic: estimating the proportions of Norse and Gaelic ancestry. *American Journal of Human Genetics*, 68(3), 723–737, 2001.
12. Librado, P., & Rozas, J., DnaSP v5: a software for comprehensive analysis of DNA polymorphism data. *Bioinformatics*, 25(11), 1451–1452, 2009.
13. Macaulay, V., Richards, M. et al., The emerging tree of West Eurasian mtDNAs: a synthesis of control-region sequences and RFLPs. *American Journal of Human Genetics*, 64(1), 232–249, 1999.
14. Margaryan A., Khachatryan Z., et al., Armenian HLA profile in the genetic context of the Middle East. *European Journal of Human Genetics*, 20 (Suppl. 1), 400, 2012.
15. Schönberg, A., Theunert, C., et al., High-throughput sequencing of complete human mtDNA genomes from the Caucasus and West Asia: high diversity and demographic inferences. *European Journal of Human Genetics*, 19(9), 988–994. 2011.
16. Trust, L. A., Genstat Software Version 5 Release 3.2 for Windows NT (Software for Statistical Analysis). Rothamstead Agricultural Station. 1995.
17. Van Oven, M., & Kayser, M., Updated comprehensive phylogenetic tree of global human mitochondrial DNA variation. *Human Mutation*, 30(2), E386–E394, 2009.
18. Weale, M. E., et al., Armenian Y chromosome haplotypes reveal strong regional structure within a single ethno-national group. *Human Genetics*, 109(6), 659–674, 2001.

19. *Yepiskoposyan, L.M., Oganesyan, N.A., & Khudoyan, A.T.*, Variation in Short Tandem Repeats of human Y chromosome. *Russian Journal of Genetics*, 37(8), 926–931, 2001.
20. *Yumusbayev, B., Metspalu, M., et al.*, The Caucasus as an asymmetric semipermeable barrier to ancient human migrations. *Molecular Biology and Evolution*, 29(1), 359–365, 2012.

THE GENETIC STRUCTURE OF ARMENIANS BASED ON THE MATRILINEAL MARKERS

ԱՄՓՈՓԱԳԻՐ

Հայերը Հայկական բարձրավանդակի բնիկ ժողովուրդ են՝ վառ արտահայտված էթնիկական առանձնահատկություններով: Հայկական պոպուլյացիայի գենետիկական կառուցվածքը հիմնականում ուսումնասիրվել է հայրագծային Y-քրոմոսոմային մարկերների հիման վրա, մինչդեռ մայրագծային բաղադրիչը թերի է ուսումնասիրված: Այդ նպատակով, ինչպես նաև հայերի և հարակից պոպուլյացիաների միջև գենետիկական հարաբերությունները գնահատելու համար սույն աշխատանքում ընդհանուր հայկական պոպուլյացիան ներկայացնող ընտրանքում հետազոտվել են միտոքոնդրիումային ԴՆԹ-ի մարկերները, և ստացված արդյունքները համեմատվել են տարբեր էթնիկական խմբերի հետ: Հայերի մայրական գենոֆոնդի և միջինարևելյան ժողովուրդների միջև բացահայտվել է սերտ գենետիկական ցեղակցություն, ինչը վկայում է հայերի բնիկ լինելու մասին: Բացի այդ, չնայած տարածաշրջանում հնագույն միգրացիաներին՝ հայկական պոպուլյացիայում կենտրոնասիական գենետիկական հետքեր չեն հայտնաբերվում:

«ՔԻՄԻԱՅԻ ՇԱԲԱԹ» ԴՊՐՈՑՈՒՄ

Հ. Ա. Մաֆարյան

hsafaryan55@mail.ru

ԱՄՓՈՓՈՒՄ

Հոդվածը նվիրված է քիմիա առարկայի ուսուցման արդյունավետության բարձրացմանը: Ներկայացված են ուսուցման նոր՝ խաղային մեթոդները, որոնք հնարավորություն են տալիս դասը դարձնել խաղ ու հետաքրքրություն առաջացնել աշակերտների շրջանում: Դասագրքերի մատուցման ձևի խրթինությունը, գիտելիքների դժվար կիրառելիությունը քիմիան դարձել են բոլորին ոչ հասու: Այսպիսով, մատչելիությունն ու ինտերակտիվությունը քիմիայի դասավանդման արդի ամենաարդյունավետ մեթոդներն են: Նման մեթոդների՝ գործնական աշխատանքների, դաս-խաղերի, փորձերի ցուցադրության, միջոցառումների, բաց դասերի կիրառմամբ «Քիմիայի շաբաթ»-ը աշակերտների շրջանում առարկայի վարկը բարձրացնելու օրինակ է:

Հիմնաբառեր՝ արդյունավետության բարձրացում, դաս-խաղ, ուսուցման մեթոդ, կիրառելիություն, «Քիմիայի շաբաթ»:

Դպրոցը հետաքրքիր օրգանիզմ է, որն ակնառու կերպով ցույց է տալիս երեխաների վերաբերմունքն այս կամ այն առարկայի նկատմամբ: Վերջին տարիներին քիմիայի, ինչպես նաև այլ բնագիտական առարկաների հանդեպ նվազել է հետաքրքրությունը սովորողների շրջանում, որը դժվարացնում է առարկայի ուսուցումը: Մի կողմից՝ ուսուցիչն է դժվարանում ամբողջ դասարանը ներգրավել դասապրոցեսին և դասը դարձնել արդյունավետ ու հետաքրքիր, մյուս կողմից՝ աշակերտներն ասում են, որ քիմիան այլ բնագիտական առարկաների նման դժվար, ոչ բոլորին հասանելի գիտություն է և «իրենց համար չէ», դժգոհում են, որ դասագրքերը գրված են բարդ լեզվով, որը հասկանալի է միայն փայլուն ընդունակություններ ունեցող աշակերտներին: Երեխաների մի մասն էլ չի պատկերացնում, թե որտեղ կարող են օգտագործվել ստացված գիտելիքները: Եվ վերջապես մեծ դեր է խաղում այն հանգամանքը, որ մասնագիտական հետազոտող մոտիվացիան գործում այս առարկան սովորողներից շատերին անհրաժեշտ չէ:

Որոշակի արդյունք ստանալու համար այսօր պետք է օգտագործել նոր մեթոդներ, ուսուցման նոր ձևեր, համակարգչի կիրառությամբ դասեր, խաղեր, գործնական աշխատանքների ցուցադրումներ, կատարել հետաքրքիր, երբեմն հրաշք թվացող փորձեր, կազմակերպել բաց դասեր, միջոցառումներ:

Ինչպես նշում է պրոֆեսոր Մ. Զալինյանը. «քիմիայի դասավանդման ժամանակ հենց սովորողների զգեստների, կոշիկների, զարդերի, գրչի ու տետրի, սենյակում գտնվող կահույքի ու իրերի միջոցով է հարկավոր ցույց տալ, որ մոլորակի-աղյուսների միջոցով այդ բոլորի ստեղծման հիմքը քիմիան է, ուրեմն առանց քիմիայի հնարավոր չէ մարդկային գործունեության որևէ բնագավառ»:

Առարկայի հանդեպ սեր և հետաքրքրություն առաջացնելու նպատակով 2012-2013 ուսումնական տարվա ընթացքում առաջարկեցի դպրոցում անցկացնել «քիմիայի շաբաթ», որի ընթացքում շաբաթվա ամեն օր կազմակերպեցի բաց դասեր, միջոցառում, մրցույթ, լաբորատոր փորձերի ցուցադրումներ այնբոլոր դասարաններում, որտեղ դասավանդում եմ: Ահա այդ շաբաթվա ծրագրից մի հատված ուզում եմ ներկայացնել ընթերցողի ուշադրությանը:

Առաջին օր: Մրցույթ՝ «Մեկնաբանի՛ր նկարը»

Մրցույթին մասնակցում են յոթերորդ, ութերորդ, իններորդ դասարանների աշակերտները: Նրանք ստացել էին տնային առաջադրանք՝ պատրաստել որևէ ցուցապաստառ՝ քիմիայի անցած թեմաներից մեկի վերաբերյալ, և մեկնաբանել այն: Նպատակն էր զարգացնել աշակերտների պատկերավոր մտածողությունը, ինքնուրույնությունը զարգացնելը: Աշակերտները ցուցադրում են պաստառներ՝ հետևյալ բովանդակությամբ.

- պլավիկյան թթուն ապակե ամանում պահել չի կարելի, քանի որ քայքայելով ապակին՝ նա մեծ վնասներ կառաջացնի,

- միլիարդավոր տարիների ընթացքում համաշխարհային օվկիանոսում կուտակվել են անսահման քանակությամբ գանձեր,

- բույսերի կանաչ տերևներն ամենաարժեքավորն են, քանի որ արտադրում են կյանքի համար ամենաթանկարժեքը՝ թթվածին և սնունդ,

- ծխելը վնաս է տալիս ոչ միայն ծխողին, այլև շրջապատին,

- թթվային անձրևների վնասակարությունը,

- մրջնաթթուն բժշկության մեջ,

- ինչպես խառնել ծծմբական թթուն և ջուրը,

- ազոտական թթուն և նրա աղերը դարեր շարունակ օգտագործել են պատերազմի ժամանակ.

- բույսերին անհրաժեշտ են ազոտական պարարտանյութեր:

Աշակերտների կողմից տրվում են նկարների բացատրությունները, ինչը նպաստում է ուսումնական նյութի յուրացմանը:

Երկրորդ օր: Մրցույթ՝ «Հաջողության բանալի»

Մասնակցում են երկու իններորդ դասարանների աշակերտները: Նպա-

տակն է առարկայի հանդեպ հետաքրքրություն առաջացնել, ստացած գիտելիքները խորացնել և կարողանալ գործնականում կիրառել դրանք, ինչպես նաև կապել առարկան կյանքի, կենցաղի, արվեստի հետ: Մրցույթը կազմված է հինգ փուլերից:

I փուլ: Հաջորդը, հաջորդը, հաջորդը...

II փուլ: Մութ անտառ

III փուլ: Ուշագրավ փաստեր քիմիայի վերաբերյալ

IV փուլ: Թիմերի ավագների մրցույթ

V փուլ: Դու՝ ինձ, ես՝ քեզ

(Մանրամասն բացատրությունը տես հոդվածի վերջում)

Երրորդ օր: Բաց դաս-հեքիաթ՝ »Ծմբական թթվի արկածները«

Դասի նպատակն է ամփոփել աշակերտների գիտելիքները «Թթվածնի ենթախումբը» թեմայի վերաբերյալ, համեմատել թթվածնի և ծմբի ալոտրոպ ձևափոխությունների հատկությունները, կարողանալ ճանաչել և առանձնացնել ծմբական թթուն և նրա աղերը մյուս նյութերից, ցույց տալ նրա դերը տնտեսության մեջ:

Դասի ընթացքում աշակերտները, օգտագործելով իրենց գիտելիքները, ուղեկցում են ծմբական թթվին՝ սկսած ծննդյան օրվանից: Մանկության, դժվարին ճանապարհների խաչմերուկում օգնում են նրան՝ հասնելու ոսկերչական խանութ և դառնալու կախարդական թթու: Ծմբական թթվի դերը և դրա հատկությունները աշակերտները բացահայտում են կիրառական փորձերով:

Հեքիաթի բովանդակությունը՝

1. Ծմբական թթվի ծնվելը:

2. Մանկությունը:

3. Չափահաս դառնալը:

4. Ճանապարհների խաչմերուկում:

5. Դժվար ճանապարհ:

6. Ոսկերչական խանութ:

7. Կախարդական թթուն:

Չորրորդ օր: Հետաքրքրաշարժ փորձեր յոթերորդ դասարաններում

Քիմիան փորձարարական բնական գիտություն է: Փորձարարական տվյալների հիման վրա են կատարվում եզրահանգումներ նյութի կառուցվածքի, հատկությունների, փոխարկումների ուսումնասիրության, նոր նյութերի ստեղծման և դրանց կիրառության մասին:

Դասի ընթացքում կատարվում են հետևյալ փորձերը.

1. Ջրից կաթ:

2. Զրից՝ արյուն:
3. Զրից գինու ստացում, գինուց՝ ջրի:
4. Առանց լուցկու վառել սպիրտայրոցը:
5. Գործող հրաբուխ:
6. Զուրն այրվում է:
7. Ծուխ՝ առանց կրակի:
8. Փարավոնյան օձ:
9. Շաքարը ածխանում է:
10. Հրաշքներ ձվի հետ:
11. Լողացող կարտոֆիլը:
12. Հրավառություն:
13. Զրում լուծվող և չլուծվող ոսկին:
14. Փորձեր՝ գազերի և նստվածքների առաջացմամբ:

Հինգերորդ օր: Բաց դաս՝ «Օբսիդներ» թեմայով ութերորդ դասարանում

Դասի սկզբում աշակերտներին առաջարկվում է գուշակել 3 հանելուկ, որոնց պատասխանները հուշում է դասի թեման: Ուսուցիչը ծանոթացնում է աշակերտներին օբսիդների դասակարգմանը, դրանց անվանումներին, ֆիզիկական և քիմիական հատկություններին, ստացման եղանակներին, նշանակությանը, այնուհետև փորձերի միջոցով աշակերտները տարբերում են հիմնային, թթվային օբսիդները, հիմքերը, թթուները՝ հայտանյութերի օգնությամբ: Դասն ամփոփվում է աղյուսակ լրացնելով:

Իսկ այժմ մանրամասն ներկայացնեմ օրերից մեկը:

Մրցույթ՝ «Հաջողության բանալի»

Ուրախ եմ ձեզ ողջունելու քիմիայի «Հաջողության բանալի» մրցույթում: Հաջողությունը, ցավոք, ամեն մեկին չէ, որ ժպտում է: Այն այցելում է միայն նրանց, ովքեր պատրաստ են պայքարելու, փնտրելու, գտնելու և չհանձնվելու:

Եվ այսօր հաջողության բանալին փորձելու են գտնել 9-րդ դասարանների ամենահամարձակ աշակերտները:

Ուսուցիչը ներկայացնում է ժյուրիի (մրցատյան) անդամներին և թիմերի մասնակիցներին:

I փուլ: Հաջորդը, հաջորդը, հաջորդը...

Երկու թույլի ընթացքում յուրաքանչյուր թիմին տրվում են հարցեր, որոնք պահանջում են արագ պատասխաններ: Թիմերի խնդիրն է որքան հնարավոր է շատ ճիշտ պատասխաններ տալ: Յուրաքանչյուր ճիշտ պատասխանը գնահատվում է 1 միավոր:

1 –ին խումբ

1. Բնական գազային խառնուրդ – *օդ*
2. Էլեկտրոլիտի տրոհումն իոնների – *դիսոցում*
3. Ամպրոպի ժամանակ անջատված գազը – *օզոն*
4. Ինչի ց է կազմված ֆիզիկական մարմինը – *նյութից*
5. Միջուկի դրական լիցք ունեցող մասնիկը – *պրոտոն*
6. Ամենակարծր բնական նյութը – *ալմաստ*
7. Ո՞ր գազն են անջատում բույսերը – *թթվածին*
8. Էլեկտրոն կորցնելու գործընթացը կոչվում է – *օքսիդացում*
9. Քիմիական երևույթ կամ – *ռեակցիա*
10. Բացասական իոն – *անիոն*
11. Հեղուկ ոչ մետաղ – *բրոմ*
12. Ուղղահայաց շարք Մենդելևի աղյուսակում – *խումբ*
13. Քլորաջրածնի լուծույթը ջրում – *աղաթթու*
14. Ազոտական թթվի աղերը – *նիտրատներ*
15. Ապակյա ամենապարզ քիմիական ամանը – *փորձանոթ*
16. Ալմաստի հարազատ եղբայրը – *գրաֆիտ*
17. Նյութի փոքրագույն մասնիկ – *ատոմ*
18. Լույսի և ջերմության անջատումով ուղեկցվող ռեակցիա – *պրում*
19. Ազնիվ մետաղ – *սկզի*
20. Նյութի բաղադրության գրառումը քիմիական նշաններով – *բանաձև*

2 –րդ խումբ

1. Երկրագնդի ամենատարածված քիմիական տարրը – *թթվածին*
2. Ատոմների թիվը ջրածնի մոլեկուլում – *2*
3. Ջրում լուծելի հիմք – *ալկալի*
4. Լիցքավորված մասնիկ, որին վերածվում է ատոմը – *իոն*
5. Նյութի քանակի միավորը – *մոլ*
6. Ծծմբական թթվի աղերը – *սուլֆատ*
7. Ունի 3 ագրեգատային վիճակ – *ջուր*
8. Ամենաթեթև գազը – *ջրածին*
9. Միջուկի շուրջը պտտվում են – *էլեկտրոնները*
10. Հեղուկ մետաղ – *սնդիկ*
11. Ո՞ր անձրևից են մահանում բույսերը – *թթվային*
12. Թթվածնի ալոտրոպ ձևափոխությունը – *օզոն*
13. Շատ արագ ընթացող քիմիական ռեակցիա – *պայթյուն*
14. Օդում ամենաշատ քանակությամբ պարունակվում է – *ազոտ*
15. Երկաթի օքսիդացում կամ – *ժանգոտում*
16. Դրական իոն – *կատիոն*
17. Տարրերի հորիզոնական շարքը – *պարբերություն*
18. Քիմիական սարք, որն օգտագործում են նյութերը տաքացնելու համար – *սպիրտայրոց*

19. Կերակրի աղի բաղադրության մեջ մտնող մետաղը – *նատրիում*
 20. Պինդ ջուր - *սառույց*

II փուլ: Մութ անտառ

Այս փուլի համար պատրաստվում են քարտեր՝ 1-16 համարներով, որոնցից յուրաքանչյուրի վրա գրված է որևէ հարց: Յուրաքանչյուր թիմ վերցնում է որևէ քարտ և կարդում բարձրաձայն, որպեսզի հակառակորդ թիմը լսի հարցը: Քսան վայրկյան մտածելուց և խորհրդակցելուց հետո թիմի անդամներից մեկը պատասխանում է իրեն բաժին ընկած հարցին: Ճիշտ պատասխանը թիմին բերում է 2 միավոր: Եթե թիմը չկարողանա պատասխանել կամ սխալվի, ապա պատասխանի իրավունքը կանցնի հակառակորդ թիմին:

1. Ո՞ր թուղթը և ինչպե՞ս կարելի է անմիջապես ներկել կարմիր – *լակ-մուսի, թթվով*

2. Ո՞ր ռուս քիմիկոսն էր միառժամանակ և նշանավոր կոմպոզիտոր – *Բորոդին*

3. Ի՞նչն են անվանում սև ոսկի – *նավթ*

4. Ինչո՞ւ մեռած ծովում չի կարելի խորտակվել – *շատ աղ կա*

5. Դեռ հին դարերից մարդկությանը հայտնի է եղել 7 մետաղ: Յուրաքանչյուր մետաղին համապատասխանեցվել է երկնային մարմին: Ո՞ր մետաղներին են համապատասխանեցվել արեգակը և լուսինը – *ոսկի, արծաթ*

6.3 փորձանոթներում լցված են թթվածին, ջրածին և ածխաթթու գազեր: Ինչո՞ւ վ կարելի է հայտնաբերել փորձանոթի պարունակությունը – *առկայծող մարիտով*

7. Ո՞ր մետաղի իոններն ունեն բակտերիասպան հատկություն – *արծաթ*

8. Այդ տարրով առաջացած նյութը թանկ է նույնիսկ ոսկուց, իսկ նույն տարրով առաջացող մեկ այլ զգվելի նյութից ազատվելու համար մարդիկ անգամ գումար են վճարում – *ածխածին՝ ալմաստ և մուր*

9. Ինչո՞ւ ծանր հիվանդներին թթվածին երկարատև չեն տալիս – *իրեն զգացնել է տալիս ազոտի պակասը*

10. Ո՞ր օքսիդն է առաջանում քլորը թթվածնի հետ փոխազդելիս – *չի միանում*

11. Ո՞ր տարրն են իրարից անկախ հայտնագործել Շեելեն, Պրիստլին և Լավուազիեն – *թթվածին*

12. Ինչո՞ւ օդում արծաթյա իրերը մգանում, խամրում են, իսկ ոսկյա իրերը՝ ոչ – *օդում միշտ ինչ-որ քանակությամբ ծծմբային գազի մոլեկուլներ կան, որոնք ոսկու վրա չեն ազդում, իսկ արծաթի հետ փոխազդում են՝ առաջացնելով արծաթի սուլֆիդի սև փառ*

13. Ո՞ր քիմիական տարրն է ամրացնում ատամի էմալը – *կալցիումը*

14. Ինչո՞ւ են նատրիում մետաղը պահում կերոսինի մեջ – *օքսիդանում է*

15. Ո՞ր թթուն է մշտապես գտնվում առողջ մարդու ստամոքսում – *աղաթթու*

16. Ինչո՞ւ են հիմքերը իոնական միացություն – *հիմքերում միշտ էլ կա մետաղ-թթվածին կապը, որը իոնական է (բացի ամոնիումի հիդրօքսիդից)*

III փուլ: Ուշագրավ փաստեր քիմիայի վերաբերյալ

Յուրաքանչյուր թիմի նախապես տրվել էր տնային առաջադրանք՝ պատրաստել որևէ հետաքրքիր նյութ, որը պետք է ներկայացվի այս փուլի ընթացքում: Տեսնենք, թե ինչ են գտել մեր երեխաները: Հետաքրքիր նյութը կգնահատվի 4 միավոր:

IV փուլ: Թիմերի ավագների մրցույթ

Այս մրցույթն անցնելու է երկու փուլով: Առաջին փուլում ավագներն իրար տեսական հարցեր են տալու, այնուհետև կանցնենք գործնական փուլին և կորոշենք, թե տվյալ փորձանոթում ինչ իոն կա: Տեսական հարցի արժեքն է 3 միավոր, գործնականինը՝ 2:

V փուլ: Դու՝ ինձ, ես՝ քեզ

Թիմի յուրաքանչյուր անդամ հարց է տալիս հակառակորդ թիմի նույն համարը կրող մասնակցին: Մտածելու համար տրվում է 20 վայրկյան: Չպատասխանելու դեպքում իրենց թիմակցին օգնում են ընկերները: Եթե պատասխանում է անմիջական մասնակիցը, թիմը 2 միավոր է ձեռք բերում, եթե օգնում են՝ 1 միավոր:

Այս շաբաթվա աշխատանքները հանգեցրին այն եզրակացության, որ այսօրվա դասի արդյունավետությունը բարձրացնելու համար պետք է դասը հագեցած լինի դիդակտիվ նյութերով, աղյուսակներով, փորձերի ցուցադրումով և կատարումով, խաղերով: Ժամանակակից դասն անհնար է պատկերացնել առանց համակարգչի օգտագործման: Այս ամենը և, իհարկե, ուսուցչի լավ աշխատելու ցանկությունը, ջանքերը, երևակայությունը և առարկայի նկատմամբ ստեղծագործական մոտեցումը ուսուցումը կդարձնեն ավելի հետաքրքիր և մատչելի:

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. *Զալինյան Մ.Գ.*, Մոլորակի աղյուսակները և քիմիայի հրաշքները, Եր., Հեղինակային հրատարակություն, 2008.
2. *Ավետիսյան Կ.*, Քիմիայի դասավանդումը 7–9 դասարաններ, Եր., Անտարես, 2010.

3. *Աղբրանյան Գ., Քիմիա (Դիֆուզիոնական և ինտելեկտուալ խաղեր, վիկտորինա, զարմանահրաշ փորձեր, վարկածներ, թեստեր), Եր., Մակմիլան-Արմենիա, 2004.*
4. *Лидин Р.А., Аликберова Л.Ю., Задачи, вопросы и упражнения по химии 8–11, М.: «Просвещение», 2002.*
5. *Габриелян О.С., Химия 9 класс, М.: «Дрофа», 2004.*
6. *Минченков Е.Е., Журин А.А., Химия 9 класс, Ассоциация 21 век, М.: ОАО «Московские учебники», 2006.*
7. *Рудзитис Г.Е., Фельдман Ф.Г., Химия 9 класс, М.: «Просвещение», 2011.*

«НЕДЕЛЯ ХИМИИ» В ШКОЛЕ

АННОТАЦИЯ

Статья посвящена повышению эффективности обучения предмета химии. Представлены новые, игровые методы обучения, которые делают возможным превратить урок в игру и привить интерес ученикам. В следствие сложных учебников, трудностей употребляемости знаний в области химии, сделали предмет недостижимым для многих учеников. Следовательно, интерактивность и доступность являются самыми эффективными современными методами обучения химии. “Неделя химии” с употреблением методов практических занятий, показа химических экспериментов, проведения открытых уроков и мероприятий, является примером повышения статуса предмета химии в кругу учеников.

Ключевые слова: повышение эффективности, игровой урок, метод обучения, употребляемость знаний, “Неделя химии”.

“CHEMISTRY WEEK” IN SCHOOL

SUMMARY

The article is donated to the issues of increasing the effectiveness of Chemistry. New methods of teaching, learning and tuition are represented. Those are methods with games, which give the opportunity to transfigure the lesson into some game, thus generating interest amongs the students. The abstrused method of providing the textbooks and the difficult workability of knowledge have made the Chemistry not affordable for everyone. Thus, accesibility and interactiveness have become the most effective methods of teaching Chemistry. Such methods, for instance, applying practical working, show and exchange of experience, events and measures, and also open classes, are good example for improving the “Chemistry Week” amongst the pupils.

Hashtags; raising effectiveness, lesson-game, method of teaching, workability, “Chemistry week”.

СОДЕРЖАНИЕ

ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

МАТЕМАТИКА

Берберян С.Л. О радиальных предельных множествах гармонических функций	5
Ваградян В.Г. Нечеткие свойства отношений	9
Геолецян Г.Г. Вартанова А. Ю. Задачи топологической оптимизации систем автоматизации	14
Дарбинян А.А., Туманян А.Г. Необходимое и достаточное условие для нетеровости оператора с постоянными коэффициентами	19
Карапетян Г.А., Арзуманян Г.Г. Спектральная стабильность собственных значений эллиптических операторов высшего порядка с младшими членами	22
Маргарян Ж.Г., Сохакян Т.В., Даноян Д.А. Двоичные линейные коды в аддитивных каналах связи	26
Маргарян В.Н. Сравнение двумерных многочленов и гиперболичность с весом	31

ИНФОРМАТИКА

Геворгян А.Л., Григорян А.Е. ОБ- n подгруппах свободных произведений	34
Григорян А.Е., Карапетян М.Р., Пайлеванян А.С. О групповых кольцах с периодическими определяющими соотношениями	39
Գոմցյան Հ.Ա., Քառյան Բ.Ա. Թվային կապի համակարգերի գծային կոդերի մոդելավորում	43
Вартанов С.Р. Распознавание образов на основе кластеризации изображений	47
Джилавян С.А., Саркисян М.А., Хуршудян А.Ж. Оптимальное управление термоупругими напряжениями в бесконечном слое	54
Саркисян С.Г., Овакимян А.С., Хачоян Л.О. Применение нейронных сетей в задачах прогнозирования временных рядов	62

ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

Аванесян Г.Т. Динамика спирали роста	68
Аветисян В.Г., Григорян В.В. Построение эквивалентной модели многолучевого приема.....	73
Аветисян В.Г., Эйрамджян С.Г., Арзоян С.Г. Разработка автоматической системы тестирования модулей АФАР с использованием платформы PXLe	80
Алексанян А.Ю. Исследование вольтамперных характеристик диодных гетероструктур p-Si/n-ZnO, полученных методом ультразвукового спрей пиролиза	85
Грабский О., Унанян Л. Исследование взаимодействия винбластина и его производных с ДНК методом молекулярной динамики	92
Котанджян Т.В. Электронные состояния в цилиндрической квантовой точке с потенциалом Морса	96
Оганесян С.Г. Квантовоэлектродинамическая теория ондуляторного генератора	102
Петросян С.Г., Арутюнян Л.А., Мусаелян А.С., Бабаян В.Г. Исследование солнечных элементов CIGS, выращенных на стеклокерамических подложках	109
Погосян М.А. Исследование диффузионных явлений в щелочных фторфосфатных стеклах с целью получения градиента показателя	114
Kaghyan S. Asynchronous Signal Retrieving, Storing and Feature Extraction Methods for Smartphone Sensors	119

БИОХИМИЧЕСКИЕ НАУКИ

Hovhannisyan G., Hovhannisyan A., Poghosyan A., Khachatryan Z. The genetic structure of Armenians based on the matrilineal markers	130
Սաֆարյան Ն.Ա. «Զիւնիայի շարք» դարձում	135

Адрес Редакции научных изданий Российско-Армянского
(Славянского) университета:
0051, г. Ереван, ул. Овсена Эмина, 123
тел./факс: (+374 10) 27-70-52, (внутр. 42-02)
e-mail: marvolkskraya@gmail.com

Заказ № 15
Подписано к печати 19.09.2014г.
Формат 70х100¹/₁₆. Бумага офсетная №1.
Объем 9.4 усл. п.л. Тираж 200 экз.